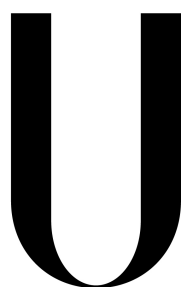


Universidade de Lisboa

Faculdade de Ciências

Departamento de Estatística e Investigação Operacional



LISBOA

---

UNIVERSIDADE  
DE LISBOA

**META-HEURÍSTICAS PARA O PROBLEMA  
DO *TRAVELING PURCHASER***

**Raquel Monteiro de Nobre Costa Bernardino**

Dissertação orientada pela Prof.<sup>a</sup> Doutora Ana Maria Duarte Silva Alves Paias

DISSERTAÇÃO

Mestrado em Estatística e Investigação Operacional

Especialização em Investigação Operacional

2015







Em primeiro lugar quero agradecer à minha orientadora, a Professora Doutora Ana Maria Duarte Silva Alves Paias, por toda a sua disponibilidade, paciência, apoio e partilha de conhecimentos. Foi um prazer e uma honra ter a professora Ana Paias como minha orientadora.

Em segundo lugar quero agradecer à minha família, em especial aos meus pais que fizeram de mim aquilo que sou hoje e me proporcionaram uma educação, e aos meus avós por tornarem a minha vida mais fácil.

Por fim, agradeço à pessoa que mais me acompanhou durante esta dissertação, o meu namorado. Agradeço-lhe por me incentivar e acreditar mais em mim que eu própria.



# Resumo

Dados um conjunto de mercados potenciais, uma lista de itens e um depósito, o problema do *traveling purchaser* (PTP) consiste em determinar uma rota de custo mínimo começando e acabando no depósito e que contenha um subconjunto de mercados de forma a ser possível adquirir todos os itens da lista. Conhecem-se os itens disponíveis em cada mercado, bem como o respetivo custo de aquisição, e o custo de deslocação entre cada par de mercados e entre cada mercado e o depósito. Note-se que cada item é vendido em pelo menos um mercado, caso contrário o problema seria impossível. A cada rota está associado um custo que é a soma dos custos de deslocação e de aquisição. O PTP tem inúmeras variantes mas nesta dissertação apenas será estudada a variante do PTP sem capacidades. Pretende-se adquirir uma unidade de cada item e cada mercado tem disponível no máximo uma unidade.

O PTP pertence à classe de problemas NP-difícil, sendo essa a principal razão pela qual se recorre a métodos heurísticos para o resolver.

Nesta dissertação são apresentadas três meta-heurísticas, cada uma composta por um algoritmo genético seguido de um procedimento de pesquisa local. Os três algoritmos genéticos representam as diferentes hierarquias de decisão associadas a ambas as partes do problema: rota e aquisição. A pesquisa local é baseada em técnicas de *add* e *drop*.

Para comparar os métodos propostos foram utilizadas instâncias de referência. Na generalidade dos casos o valor das soluções obtidas recorrendo às meta-heurísticas têm um desvio inferior a 1% relativamente ao valor da solução ótima tendo estas soluções sido obtidas num tempo computacional razoável. Comparativamente a métodos propostos por outros autores, as meta-heurísticas resolvem as instâncias de teste num tempo computacional inferior e oferecem soluções para casos de estudo que os outros métodos não conseguiam resolver.

**Palavras-Chave:** Problema do *traveling purchaser*, Meta-heurísticas, Algoritmos genéticos, Pesquisa local, *Biased random key genetic algorithm*





# Abstract

Given a set of markets, a list of items and a depot, the traveling purchaser problem (TPP) consists in determining one route with a minimal cost that satisfies the following conditions: it begins and ends in the depot and we need to be able to buy all the items in the list in the subset of markets that belong to the route. We know which items are sold in each market and their cost, and the cost of traveling between each pair of markets and between each market and the depot. Every item must be sold in at least one market or otherwise the problem would be impossible. Each route has a cost, which is the sum of the traveling cost with the purchase cost. There are several variants of the TPP but in this thesis we will study the uncapacited version. We only wish to buy a copy of each item which is the maximum quantity available in each market.

The TPP belongs to the class of NP-hard problems and this is the main reason why heuristic methods are used to solve the problem under study.

In this thesis we present three meta-heuristics, each one composed by a genetic algorithm and a local search procedure. The three genetic algorithms represent the several ways we can decide which part of the problem is more important: route, purchase or route and purchase. The local search procedure is based on add and drop techniques.

To compare the meta-heuristics we used benchmark instances. In the majority of cases we obtained solutions with a gap lower than 1% regarding the optimal solution within a reasonable computational time. Comparing with methods proposed by other authors, ours are able to solve the benchmark instances in less time and can find solutions to instances that the other methods could not.

**Keywords:** Traveling purchaser problem, Meta-heuristics, Genetic algorithms, Local search, Biased random key genetic algorithm



# Índice

Lista de Figuras	v
Lista de Tabelas	vii
Lista de Algoritmos	viii
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2 O Problema do <i>Traveling Purchaser</i></b>	<b>5</b>
2.1 Revisão Bibliográfica . . . . .	5
2.2 O Problema do <i>Traveling Purchaser</i> Sem Capacidades . . . . .	9
2.2.1 Formulação do PTPSC em PLIM . . . . .	10
<b>3 Metodologia de Resolução</b>	<b>15</b>
3.1 Algoritmos Genéticos . . . . .	16
3.1.1 <i>Biased Random Key Genetic Algorithm</i> . . . . .	20
3.2 Hierarquia 1 - <i>AG – Rota</i> . . . . .	22
3.3 Hierarquia 2 - <i>AG – Aquisição</i> . . . . .	27
3.3.1 Algoritmo Genético . . . . .	29
3.3.2 <i>Biased Random Key Genetic Algorithm</i> . . . . .	30
3.4 Hierarquia 3 - <i>AG – Completo</i> . . . . .	34
3.5 Pesquisa Local . . . . .	35
3.5.1 Meta-heurísticas . . . . .	40
<b>4 Experiência Computacional</b>	<b>41</b>
4.1 Instâncias de Teste . . . . .	41
4.2 Valores Ótimos . . . . .	43
4.3 Estudo Computacional . . . . .	45
4.4 Resultados Finais . . . . .	54

<b>5</b>	<b>Conclusões</b>	<b>67</b>
5.1	Conclusões Principais . . . . .	67
5.2	Trabalho Futuro . . . . .	68
	<b>Referências</b>	<b>71</b>
<b>A</b>	<b>Resultados Completos</b>	<b>73</b>
A.1	Teste ao número de iterações . . . . .	73
A.2	Aplicação do procedimento <i>EMV</i> . . . . .	76
A.3	Teste à probabilidade de mutação . . . . .	77
A.4	Aplicação do BRKGA . . . . .	78
A.5	Afinação dos parâmetros . . . . .	80
	A.5.1 Hierarquia 1 . . . . .	80
	A.5.2 Hierarquias 2 e 3 . . . . .	82
A.6	Aplicação do procedimento <i>drop markets</i> . . . . .	85
A.7	Aplicação do procedimento de pesquisa local . . . . .	87
A.8	Aplicação dos dois critérios do procedimento de pesquisa local à mesma solução . . . . .	90
A.9	Aplicação do procedimento de pesquisa local <i>random</i> . . . . .	93
A.10	Aplicação dos procedimentos de pesquisa local a uma solução admissível que contém todos os mercados . . . . .	95
A.11	Povoar a população inicial . . . . .	96
A.12	Aplicação das meta-heurísticas . . . . .	99
A.13	Resultados finais . . . . .	108

# Lista de Figuras

2.1	Matriz de custos de deslocação do exemplo 1 . . . . .	10
2.2	Matriz de custos de aquisição do exemplo 1 . . . . .	10
3.1	Representação esquemática do procedimento básico de um algoritmo genético . . . . .	17
3.2	Representação esquemática de um algoritmo genético utilizando a seleção do tipo torneio . . . . .	19
3.3	Representação esquemática do procedimento BRKGA . . . . .	21
3.4	Representação esquemática do cruzamento efetuado no BRKGA . . . . .	22
3.5	Representação esquemática da decodificação do cromossoma utilizado na hierarquia 1 . . . . .	23
3.6	Representação esquemática do cruzamento OX . . . . .	24
3.7	Representação esquemática do operador mutação utilizado na hierarquia 1 . . . . .	25
3.8	Representação esquemática da decodificação do cromossoma utilizada na hierarquia 2 . . . . .	27
3.9	Representação esquemática do operador cruzamento utilizado no <i>AG – Aquisição</i> . . . . .	29
3.10	Representação esquemática do operador mutação utilizado no <i>AG – Aquisição</i> . . . . .	30
3.11	Representação esquemática do procedimento <i>drop markets</i> . . . . .	32
3.12	Representação esquemática da decodificação do cromossoma utilizada na hierarquia 3 . . . . .	35
3.13	Representação esquemática da vizinhança <i>V</i> . . . . .	37
3.14	Representação esquemática da heurística de melhoramento . . . . .	38
4.1	<i>Box-plot</i> representando as 30 repetições da instância 100.50.1 . . . . .	55



# Lista de Tabelas

3.1	Associação das hierarquias à ordem de decisões . . . . .	15
3.2	Alterações a fazer ao algoritmo 3.1 para o aplicar à hierarquia 2 .	30
3.3	Associação das meta-heurísticas às hierarquias em estudo . . . . .	40
4.1	Valores ótimos das instâncias de referência . . . . .	44
4.2	Médias dos tempos (em segundos) de obtenção dos valores ótimos	45
4.3	<i>Gaps</i> médios obtidos utilizando os algoritmos genéticos . . . . .	46
4.4	Aplicação ou não aplicação do procedimento <i>EMV</i> na hierarquia 1	46
4.5	<i>Gaps</i> médios obtidos aumentando a probabilidade de mutação . .	47
4.6	<i>Gaps</i> médios obtidos aplicando o procedimento <i>BRKGA</i> . . . . .	48
4.7	<i>Gap</i> médio obtido aplicando o procedimento <i>DM</i> . . . . .	49
4.8	<i>Gaps</i> médios obtidos utilizando os procedimentos <i>DM</i> e <i>DM<sub>E</sub></i> .	49
4.9	<i>Gap</i> médio obtido aplicando o procedimento <i>PL</i> . . . . .	50
4.10	<i>Gap</i> médio obtido aplicando o procedimento <i>PL<sub>E</sub></i> . . . . .	50
4.11	<i>Gap</i> médio obtido aplicando os dois critérios à mesma solução . .	51
4.12	<i>Gap</i> médio obtido utilizando o procedimento <i>PL<sub>R</sub></i> . . . . .	52
4.13	<i>Gap</i> médio obtido povoando a população inicial do <i>AG</i> . . . . .	52
4.14	<i>Gap</i> médio obtido aplicando o procedimento <i>MH1</i> . . . . .	53
4.15	<i>Gap</i> médio obtido aplicando o procedimento <i>MH2</i> . . . . .	54
4.16	Síntese dos resultados finais utilizando a hierarquia 1 . . . . .	56
4.17	Síntese dos resultados finais utilizando a hierarquia 2 . . . . .	58
4.18	Síntese dos resultados finais utilizando a hierarquia 3 . . . . .	60
4.19	<i>Gap</i> médio das instâncias com o mesmo número de itens . . . . .	63
A.1	Resultados obtidos aplicando os procedimentos <i>AG</i> às várias hi- erarquias em estudo realizando 1500 iterações . . . . .	74
A.2	Resultados obtidos aplicando os procedimentos <i>AG</i> às várias hi- erarquias em estudo realizando 5000 iterações . . . . .	74
A.3	Resultados obtidos aplicando os procedimentos <i>AG</i> às várias hi- erarquias em estudo realizando 10000 iterações . . . . .	75

A.4	Resultados obtidos aplicando o procedimento <i>AG1</i> e o procedimento <i>AG1 + EMV</i> . . . . .	76
A.5	Aplicação dos algoritmos <i>AG</i> às várias hierarquias em estudo com uma probabilidade de mutação de 0.1 . . . . .	77
A.6	Aplicação do procedimento <i>BRKGA</i> às hierarquias 2 e 3 realizando 1500 iterações . . . . .	78
A.7	Aplicação do procedimento <i>BRKGA</i> às hierarquias 2 e 3 realizando 5000 iterações . . . . .	79
A.8	Correspondência entre o teste efetuado e os parâmetros utilizados	80
A.9	Afinação aos parâmetros do algoritmo <i>AG – Rota</i> - Fase 1 . . . .	80
A.10	Afinação aos parâmetros do algoritmo <i>AG – Rota</i> - Fase 2 . . . .	81
A.11	Teste à dimensão da elite para a hierarquia 2 ( $n_m = 1$ e $p_e = 0.65$ )	82
A.12	Teste ao número de mutantes para a hierarquia 2 ( $n_e = 4$ e $p_e = 0.65$ ) . . . . .	83
A.13	Teste à probabilidade de um descendente herdar um alelo do progenitor elite para a hierarquia 2 ( $n_e = 4$ e $n_m = 1$ ) . . . . .	84
A.14	Aplicação do procedimento <i>DM</i> às hierarquias 2 e 3 . . . . .	85
A.15	Aplicação do procedimento <i>DM<sub>E</sub></i> às hierarquias 2 e 3 . . . . .	86
A.16	Aplicação do procedimento <i>PL</i> às várias hierarquias em estudo .	87
A.17	Aplicação do procedimento <i>PL<sub>E</sub></i> às hierarquias 2 e 3 . . . . .	89
A.18	Aplicação dos dois critérios do procedimento de pesquisa local à mesma solução em todas as hierarquias em estudo . . . . .	90
A.19	Aplicação da pesquisa local, com a escolha do mercado a retirar da rota aleatória, às várias hierarquias em estudo . . . . .	93
A.20	Aplicação da pesquisa local a uma solução contendo todos os mercados . . . . .	96
A.21	Inserção de soluções obtidas recorrendo ao procedimento <i>PL<sub>R</sub></i> na população inicial do algoritmo genético . . . . .	97
A.22	Resultados obtidos aplicando o procedimento <i>MH1</i> com 1500 iterações de algoritmo genético e 500 de pesquisa local . . . . .	99
A.23	Resultados obtidos aplicando o procedimento <i>MH1</i> com 1000 iterações de algoritmo genético e 500 de pesquisa local . . . . .	102
A.24	Resultados obtidos aplicando o procedimento <i>MH1</i> com 1000 iterações de algoritmo genético e 1000 de pesquisa local . . . . .	104
A.25	Resultados obtidos aplicando o procedimento <i>MH2</i> . . . . .	106
A.26	Repetição da instância 100.50.1 . . . . .	109
A.27	Resultados obtidos nas 5 corridas efetuadas para cada uma das instâncias de teste . . . . .	109



# Lista de Algoritmos

3.1	Pseudo-código <i>AG – Rota</i> . . . . .	26
3.2	Eliminação dos mercados onde nenhum item é adquirido ( <i>EMV</i> )	26
3.3	Pseudo-código do algoritmo <i>BRKGA – Aquisição</i> . . . . .	31
3.4	Pseudo-código do procedimento <i>drop markets</i> . . . . .	33
3.5	Pseudo-código do procedimento que aplica o método <i>drop markets</i> à elite ( <i>DM<sub>E</sub></i> ) . . . . .	34
3.6	Pseudo-código do procedimento usado na pesquisa local . . . . .	37
3.7	Procedimento de escolha do mercado a retirar da rota . . . . .	39



# Capítulo 1

## Introdução

Todos os dias somos confrontados com decisões que, à partida, não nos parecem poder ser auxiliadas com recurso à matemática. Suponhamos que necessitamos de abastecer o nosso carro e adquirir um produto num supermercado. À nossa disposição temos três locais: um supermercado, uma bomba de gasolina e outro supermercado que também tem uma bomba de gasolina no seu recinto.

A opção mais confortável seria utilizar o supermercado com bomba de gasolina pois resolveríamos dois problemas de uma só vez. Contudo, somos capazes de perceber que nem sempre essa será necessariamente a melhor solução, uma vez que o supermercado com bomba de gasolina pode ser mais longe da nossa localização ou, mesmo que seja mais perto que as outras opções, os produtos que pretendemos adquirir (combustível e produto de supermercado) podem ter preços mais elevados que não compensem o que poupamos em deslocação.

Este pequeno exemplo, que pode ser resolvido de forma ótima como um pequeno exercício de matemática, pode ser generalizado para um conjunto maior de possíveis locais de aquisição de produtos - que chamaremos mercados - e um leque mais vasto de produtos que pretendemos adquirir - os itens.

Na área de Investigação Operacional pretende-se encontrar soluções (ótimas ou tão boas quanto possível) para problemas com aplicação real. Isto é feito com recurso a modelos matemáticos que visam representar e simplificar a realidade. O problema de Investigação Operacional intimamente associado ao pequeno exemplo apresentado anteriormente é o problema do *traveling purchaser* (PTP).

Considere-se então um conjunto de mercados, uma lista de itens e um depósito, sendo que o último representa a localização inicial. Cada mercado pode vender um subconjunto de itens e conhecem-se os itens que são vendidos em cada mercado pelo que, consequentemente, sabem-se quais os mercados que vendem

cada item. Além disso, sabe-se qual é o custo de adquirir cada item num determinado mercado e o custo de deslocação entre qualquer par de mercados e entre os mercados e o depósito. O objetivo do PTP consiste em determinar um circuito tal que:

- o ponto de partida e de chegada é o depósito;
- o conjunto de mercados que é visitado permite adquirir todos os itens presentes na lista;
- o custo total, dado pela soma do custo de aquisição com o custo de deslocação, seja mínimo.

Para além da aplicação real já mencionada, o PTP é utilizado para modelar outro tipo de problemas em Investigação Operacional como problemas de sequenciamento, de armazenamento, de localização, *etc.* Devido a esta versatilidade do PTP, este é um problema muito de interessante de ser estudado e existem várias referências na literatura que o abordam.

Esta dissertação focar-se-á no estudo de uma variante do PTP, que será definida no capítulo seguinte. No mesmo capítulo será demonstrado que o PTP pertence à classe de problemas NP-difícil, algo que é já conhecido há algum tempo. Desta forma, além das abordagens exatas ao PTP, é do maior interesse considerar abordagens heurísticas que permitem obter soluções de boa qualidade num tempo computacional razoável.

O objetivo desta dissertação é desenvolver métodos heurísticos baseados num tipo de meta-heurística denominada algoritmos genéticos. Apesar de, na literatura, existirem várias abordagens heurísticas ao PTP, não se tem conhecimento sobre a utilização de algoritmos genéticos para o resolver. Assim, nesta dissertação serão apresentadas três meta-heurísticas compostas por três algoritmos genéticos distintos e um procedimento de pesquisa local e, então, pretende-se verificar qual destas apresenta resultados melhores para as instâncias de teste.

No capítulo 2 serão apresentadas várias variantes do PTP, mais alguns exemplos de aplicação e métodos de resolução existentes na literatura. Por fim formaliza-se a variante do PTP em estudo e apresenta-se uma formulação em programação linear inteira mista (PLIM).

No capítulo seguinte serão apresentadas as meta-heurísticas desenvolvidas, incluindo os três algoritmos genéticos e o procedimento de pesquisa local. Não só se fará esta apresentação para as versões finais das meta-heurísticas, mas também para todas as versões anteriores que foram sofrendo vários melhoramentos.

No quarto capítulo mostram-se os resultados da experiência computacional efetuada considerando as instâncias de referência e, por fim, no capítulo 5 as conclusões retiradas do estudo elaborado.



## Capítulo 2

# O Problema do *Traveling Purchaser*

O corrente capítulo subdivide-se em duas partes. Na primeira serão apresentadas as várias variantes do PTP existentes assim como alguns dos métodos desenvolvidos para resolver o problema. Na segunda parte será apresentado um exemplo ilustrativo (Exemplo 1) do problema em estudo seguindo-se a formalização de todos os conceitos utilizados até ao momento sendo no fim apresentada uma formulação para a variante do problema em estudo.

### 2.1 Revisão Bibliográfica

Dado um conjunto de mercados e uma lista de itens pretende-se adquirir todos os itens presentes na lista. Assume-se que cada item está disponível em pelo menos um mercado, caso contrário o problema seria impossível. O custo de aquisição dos itens varia de mercado para mercado. A rota do comprador começa e acaba no depósito. Pretende-se minimizar o custo total de deslocação e de aquisição dos itens.

Uma solução para o problema do *traveling purchaser* define uma rota contendo um conjunto de mercados (ou vértices). Este conjunto de mercados tem de ser uma cobertura para a lista de itens, ou seja, tem que ser possível adquirir todos os itens nesse conjunto de mercados. Cada solução tem um custo associado, o qual pode ser decomposto em duas partes: o custo de deslocação e o custo de aquisição. Por um lado pretende-se adquirir os itens onde estes são mais baratos, o que geralmente implica a visita a vários mercados ou caso contrário estaríamos perante um problema cuja resolução é trivial, por outro pretende-se visitar o menor número de mercados possível de modo a minimi-

zar os custos de deslocação, pois assume-se válida a desigualdade triangular. Temos assim dois objetivos contraditórios, pelo que este problema poderia ser visto como um problema bi-objetivo como é apresentado em [12].

Tome-se especial atenção ao caso particular do PTP onde em cada mercado apenas se encontra disponível um tipo de itens. Para adquirir todos os itens da lista é necessário percorrer todos os mercados existentes. Nestas condições a solução deste problema será um circuito hamiltoniano. Assim, se os custos de deslocação forem transformados de forma a englobarem os custos de aquisição, com o objetivo de apenas existirem custos associados à deslocação, estamos perante o problema do caixeiro viajante. Este problema é conhecido por pertencer à classe de problemas NP-difícil. Como o problema em estudo nesta dissertação é uma generalização do problema referido anteriormente também pertencerá à mesma classe de problemas - a classe NP-difícil. Apesar de existirem casos onde a resolução do problema do *traveling purchaser* é trivial, são exemplos disso os casos com custos de deslocação ou de aquisição nulos, não serão abordados nesta dissertação.

O PTP foi descrito pela primeira vez, de forma análoga à que foi aqui apresentada, em 1981 por Ramesh. Este desenvolveu dois métodos de resolução para o problema: um método exato e um método heurístico. Recorrendo ao método exato conseguiu resolver instâncias com um número máximo de 10 mercados e 12 itens. Nesta versão do problema os itens disponíveis em cada mercado são em quantidade suficiente para satisfazer toda a procura, isto é, para comprar um determinado item basta visitar um mercado - problema do *traveling purchaser* sem capacidades (PTPSC). Como seria de esperar existe o problema do *traveling purchaser* com capacidades (PTPCC). Nesta variante a quantidade disponível de cada item em cada mercado pode ser inferior à procura. Note-se que no PTPCC pretende-se adquirir mais do que uma cópia de cada item. A variante do problema em estudo nesta dissertação é um caso particular do PTPSC uma vez que em cada mercado está disponível uma unidade de cada item, que é exatamente a quantidade de cada item que se quer adquirir.

Nas últimas décadas o interesse da comunidade científica por este problema foi bastante elevado. Foram desenvolvidos vários métodos de resolução e estudadas novas variantes do problema, de forma a alargar o leque de aplicações do PTP. Uma das variantes estudadas mais recentemente foi o PTP com múltiplos veículos, cuja aplicação é no roteamento de autocarros escolares [15]. Dada uma frota de autocarros, um conjunto de paragens e uma lista de alunos, pretende-se que o transporte de todos os alunos seja efetuado. Cada autocarro executará uma rota, o que significa que se pretende obter uma cobertura dos alunos com vários circuitos. Os alunos (itens) estão associados a várias paragens (mercados), e cada paragem pode ter vários alunos associados. Para cada paragem a



que o aluno está associado existe um custo, que representa a distância que o aluno tem que percorrer desde a sua casa até à determinada paragem. Assim, quer-se minimizar o custo de deslocação do autocarro bem como o custo de “adquirir” os alunos nas paragens.

Outras variantes do PTP podem ser criadas adicionando restrições extra ao problema. Na literatura existem casos onde foram acrescentadas restrições ao número de mercados a visitar, ao número de itens que é possível comprar em cada mercado [6], e até mesmo restrições de orçamento. Em [8] considera-se que o custo total de aquisição dos itens não pode exceder um determinado valor. Assim, o custo de aquisição será apenas considerado como uma restrição do problema e o objetivo é apenas a minimização dos custos de deslocação.

Os métodos desenvolvidos para resolver o PTP são inúmeros e dos mais variados tipos. Existem métodos exatos e heurísticos. Mas, sem dúvida que a grande maioria dos métodos pertence à categoria dos métodos heurísticos devido à complexidade do problema apresentado.

Como métodos exatos, além da pesquisa lexicográfica de Ramesh já referida, existem mais dois métodos de que se tenha conhecimento. Um deles é o procedimento de *branch-and-bound* desenvolvido por Sing *et al.* [16] que é capaz de resolver instâncias com no máximo 25 mercados e 100 itens do PTPSC, num tempo computacional razoável. No entanto foram Laporte *et al.* [7] que desenvolveram o método que até hoje produziu melhores resultados, que é um método de *branch-and-cut* que consegue resolver instâncias, com a matriz de custos de deslocação simétrica, com um número máximo de 200 mercados e 200 itens, num tempo comportável. Este método está preparado para resolver quer o PTPSC como o PTPCC. Posteriormente, os mesmos autores desenvolveram um método de *branch-and-cut* análogo ao referido anteriormente mas com o objetivo de resolver de forma exata instâncias do PTPCC com a matriz de custos de deslocação assimétrica [14]. É também apresentado um método que transforma instâncias assimétricas em simétricas sendo assim possível aplicar os procedimentos desenvolvidos no artigo anterior.

São inúmeros os métodos heurísticos desenvolvidos para resolver o PTP, contudo a grande maioria é baseada na eliminação de mercados pertencentes à rota e a adição de novos mercados - técnicas de *add* e *drop*. Existe um conjunto de métodos heurísticos, baseados nas técnicas referidas anteriormente, que têm sido alvo de estudo por parte de outros autores, e como tal vale a pena descrever o seu algoritmo básico. Desta forma, apresentam-se de seguida três métodos heurísticos:

- *Generalized Savings Heuristic* (GSH) - Desenvolvida em 1981 por Golden e Dahl. O processo é inicializado com uma rota que contém apenas dois

elementos: o depósito e o mercado que vende o maior número de itens da lista ao preço mais baixo existente. Em cada iteração é selecionado um mercado para ser inserido na rota. O mercado escolhido é aquele que origina a maior poupança quando inserido na rota. O processo repete-se até que não seja possível alcançar nenhuma poupança com a inserção de novos mercados na rota. Esta heurística apenas consegue permite obter soluções admissíveis para o PTPSC.

- *Tour Reduction Heuristic* (TRH) - Este método foi desenvolvido por Ong em 1982. A rota inicial contém, além do depósito, mercados onde é possível comprar todos os itens da lista. Iterativamente são eliminados os mercados da rota que originam um maior decréscimo no custo da solução. O processo repete-se até que não seja possível nenhum melhoramento. Mais uma vez este procedimento apenas resolve instâncias do PTPSC.
- *Commodity Adding Heuristic* (CAH) - Desenvolvido por Pearn e Chien em 1998. Os itens são organizados numa lista de forma aleatória. O algoritmo começa por considerar o primeiro item da lista e constrói uma solução que contém, além do depósito, o mercado que minimiza o custo total (custo de deslocação e de aquisição) de aquisição desse item. Nas seguintes iterações são analisados os itens pela ordem em que estes aparecem na lista e são adicionados à rota mercados de forma a minimizar o custo de adquirir o item que está a ser analisado. Em alguns casos pode não ser necessário adicionar mais mercados à rota. O procedimento termina quando todos os itens presentes na lista forem analisados. Este método apenas pode ser utilizado para resolver instâncias do PTPSC.

Vários métodos foram desenvolvidos tendo por base as heurísticas apresentadas anteriormente. Boctor *et al.* [1] desenvolveram métodos heurísticos capazes de resolver ambas as variantes do PTP - com capacidade e sem capacidade - baseados na heurística CAH já existente. É adicionado no final uma perturbação numa tentativa de evitar os ótimos locais.

Teeninga *et al.* [17] aplicam técnicas de pré-processamento aos dados do problema. Para além das matrizes de custos habituais acrescentam as matrizes de custo de aquisição e de otimalidade. A primeira contém na entrada  $(i, k)$  o custo mínimo de adquirir o item  $k$  começando e acabando no mercado  $i$ , enquanto a matriz de otimalidade é binária e contém o valor 1 na entrada  $(i, k)$  se pode ser otimal adquirir o item  $k$  no mercado  $i$  e o valor 0 caso contrário. Além disso, fazem alguns melhoramentos às heurísticas apresentadas previamente e testam o impacto das técnicas de pré-processamento nessas mesmas heurísticas.

As heurísticas propostas em [13] são baseadas em técnicas de pesquisa local que, por sua vez, têm como base duas vizinhanças. Dada uma solução admissível

e a respetiva rota, um dos procedimentos consiste em trocar um conjunto de  $l$  mercados visitados consecutivamente por um conjunto de mercados não visitados garantindo a compra de todos os itens presentes na lista. O outro método consiste em iterativamente inserir um mercado numa rota se essa inserção originar um decréscimo no custo da solução.

É apresentada uma técnica de resolução diferente das referidas anteriormente em [6]. Os autores resolvem o problema usando duas abordagens que ainda não foram aqui apresentadas, recorrendo a programação dinâmica e a heurísticas lagrangeanas. O problema resolvido contém restrições ao número de mercados visitados e ao número de itens comprados em cada mercado.

As meta-heurísticas têm vindo a tomar uma grande importância. Estas são conhecidas como “métodos heurísticos inteligentes”, uma vez que foram criadas com o propósito de colmatar as falhas dos métodos heurísticos baseados em vizinhanças - a incapacidade de evitar os ótimos locais. Em [18] as meta-heurísticas são apresentadas como: “uma estratégia mestre que guia e modifica outras heurísticas para produzir soluções além daquelas que são geradas normalmente na procura da otimalidade local”.

A primeira meta-heurística criada para resolver o PTP foi desenvolvida em 1996 por Stefan Voss e baseava-se em procedimentos de *tabu search* e *simulated annealing*. Desde então foram desenvolvidos vários métodos pertencentes a esta classe, nomeadamente, algoritmos transgenéticos [4] e algoritmos baseados em colónias de formigas [2].

Recentemente, Goerler *et al.* [3] utilizaram uma meta-heurística designada por *late acceptance hill climbing*, para resolver o PTP. Este método é inovador na medida em que tenta “atrasar” a aceitação de novas soluções com o objetivo de evitar os ótimos locais. Numa lista com uma dimensão fixa são guardadas as melhores soluções obtidas até ao momento. Para cada nova solução ser aceite o seu valor tem de ser comparado com o elemento mais antigo da lista referida e não com a melhor solução obtida anteriormente, contrariamente ao que acontece em muitos métodos.

## 2.2 O Problema do *Traveling Purchaser* Sem Capacidades

Para exemplificar como são as soluções para o problema em estudo consideremos o Exemplo 1: um grafo completo e simples com 5 vértices cuja matriz de custos associados aos arcos pode ser observada na figura 2.1. Note-se que a matriz de

$$\begin{bmatrix} 0 & 28 & 17 & 26 & 29 \\ 29 & 0 & 26 & 26 & 16 \\ 23 & 21 & 0 & 23 & 16 \\ 26 & 21 & 26 & 0 & 27 \\ 24 & 23 & 23 & 23 & 0 \end{bmatrix}$$

Figura 2.1: Matriz de custos de deslocação do exemplo 1

$$\begin{array}{c} \text{Item 1} \quad \text{Item 2} \quad \text{Item 3} \quad \text{Item 4} \quad \text{Item 5} \\ \text{Mercado 2} \left( \begin{array}{ccccc} - & 22 & - & 30 & - \\ 20 & 22 & 27 & - & - \\ 27 & - & 24 & - & - \\ 23 & - & - & 20 & 25 \end{array} \right) \\ \text{Mercado 3} \\ \text{Mercado 4} \\ \text{Mercado 5} \end{array}$$

Figura 2.2: Matriz de custos de aquisição do exemplo 1

custos é assimétrica. Cada vértice representa um mercado, exceto o vértice 1 que representa o depósito, e portanto não é possível adquirir aí nenhum item. Pretende-se comprar um total de 5 itens, o item 1 encontra-se disponível nos mercados 3, 4 e 5; é possível adquirir o item 2 nos mercados 2 e 3; o item 3 existe, por sua vez, nos mercados 3 e 4; os mercados que vendem o item 4 são os mercados 2 e 5 e, por fim, o item 5 só se encontra disponível no mercado 5. Como o item 5 apenas está disponível num mercado sabemos que o mercado 5 certamente terá de pertencer a qualquer solução admissível. Os custos de aquisição dos itens são apresentados na figura 2.2. O mercado 1 não é representado pelas razões já apontadas.

Na solução ótima do Exemplo 1, além do depósito, visitam-se dois mercados, sendo eles os mercados 3 e 5. A rota a seguir é:  $\{1, 3, 5, 1\}$ . Os itens serão adquiridos no mercado pertencente à rota que os vende a um preço mais baixo. Desta forma, os itens 1, 2 e 3 são comprados no mercado 3 e os restantes itens, 4 e 5, são comprados no mercado 5.

### 2.2.1 Formulação do PTPSC em PLIM

Suponhamos que existem  $m$  mercados sendo o seu conjunto definido por  $M = \{1, \dots, m\}$  e  $n$  itens cujo conjunto pode ser representado por  $K = \{1, \dots, n\}$ . Assume-se sem perda de generalidade que o depósito é o mercado 1, pelo que na prática só existem  $m - 1$  mercados onde é possível adquirir itens. Defina-se o conjunto dos mercados onde é possível comprar itens como:  $M_1 = M \setminus \{1\}$ .

Assume-se que um mercado está ligado a todos os outros exceto ao próprio. Seja  $G = (M, A)$  o grafo representativo do problema completo e simples, onde cada vértice representa um mercado e o conjunto  $A$  representa o conjunto dos arcos:  $A = \{(i, j) : i, j \in M \wedge i \neq j\}$ . Para cada elemento pertencente ao

conjunto  $A$  defina-se o custo de viagem do mercado  $i$  para o mercado  $j$  como  $c_{ij}$ . É importante referir que a matriz de custos é assimétrica, isto é,  $c_{ij} \neq c_{ji}$ , em geral.

Seja  $d_{ki}$ , com  $k \in K$  e  $i \in M_1$ , o custo de comprar o item  $k$  no mercado  $i$ . Na variante do problema em estudo não existem itens grátis, isto é, assume-se que todos os itens tem custos de aquisição estritamente positivos.

Para cada item vamos defina-se o conjunto  $M(k)$  que corresponde ao conjunto de mercados onde é possível adquirir o item  $k$ , ou seja,  $M(k) = \{i \in M_1 : d_{ki} > 0\}$ .

Como já foi referido o objetivo do problema é determinar um circuito, começando e acabando no depósito, que contenha mercados de forma a que seja possível adquirir todos os itens no conjunto  $K$ . Pretende-se que o custo total seja mínimo, sendo esse custo composto pelo custo de deslocação e de aquisição.

Para cada par de mercados  $(i, j)$  definam-se as variáveis binárias  $x_{ij}$ . Estas tomarão valor 1 se o arco  $(i, j)$  se encontra na rota e valor 0 caso contrário. Estão definidas para todos os arcos, isto é, para  $(i, j) \in A$ . Com o objetivo de modelar a conexidade da rota a fim de se obter uma formulação compacta para o problema foram criadas as variáveis  $z_{ij}$  que estão definidas para os mesmos elementos que as variáveis  $x$  - pares de mercados - e representam o fluxo que passa no arco  $(i, j)$ . O fluxo que passa no arco  $(i, j)$  corresponde ao número de itens que ainda não foram adquiridos quando o comprador vai do mercado  $i$  para o mercado  $j$ . O domínio das variáveis  $z$  são os números reais não negativos e estão definidas para os mesmos elementos que as variáveis  $x$ . Por fim, definem-se as variáveis binárias  $y_{ki}$  que tomam valor 1 se o item  $k$  é comprado no mercado  $i$  e zero caso contrário. Estas variáveis são definidas para os pares  $(k, i)$  com  $k \in K$  e  $i \in M(k)$ .

Considerando todas as variáveis e conjuntos definidos anteriormente uma formulação compacta para o problema em estudo é:

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{i \in M_1, k \in K} d_{ki} y_{ki} + \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij} \quad (2.1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i \in M(k)} y_{ki} = 1, \quad \forall k \in K \quad (2.2)$$

$$\sum_{j \in M} x_{ij} \leq 1, \quad \forall i \in M \quad (2.3)$$

$$\sum_{j \in M} x_{ji} - \sum_{j \in M} x_{ij} = 0, \quad \forall i \in M \quad (2.4)$$

$$\sum_{i \in M_1} z_{1j} = |K| \quad (2.5)$$

$$\sum_{j \in M} z_{ji} = \sum_{j \in M} z_{ij} + \sum_{k \in K} y_{ki}, \quad \forall i \in M_1 \quad (2.6)$$

$$z_{ij} \leq |K| x_{ij}, \quad \forall (i,j) \in A \quad (2.7)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall (i,j) \in A \quad (2.8)$$

$$y_{ki} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in M(k), k \in K \quad (2.9)$$

$$z_{ij} \geq 0, \quad \forall (i,j) \in A \quad (2.10)$$

Repare-se que a função objetivo é composta por duas partes, como já foi referido, a parte correspondente à aquisição dos itens e também a parte que corresponde ao custo da rota. Na restrição 2.2 é garantido que todos os itens são adquiridos e que só são adquiridos num mercado. As restrições 2.3 e 2.4 garantem que de cada vértice sai no máximo um arco e que se sai um arco tem que entrar outro, ou seja, garante que a rota será um circuito. As duas restrições seguintes, 2.5 e 2.6, são as restrições que contém as variáveis de fluxo e garantem que a solução será um único circuito conexo. Finalmente, tem-se a restrição que relaciona as variáveis  $x$  e  $z$  e que assegura que só poderá passar fluxo num arco se esse arco for escolhido para fazer parte da solução. Como umas variáveis são binárias e as outras não negativas é necessário multiplicar as variáveis binárias por uma constante. Para constante foi escolhido o número de itens,  $|K|$ , que se quer comprar pois esse é o fluxo máximo que passará na rota. O valor dessa constante poderia ser melhorado com o intuito de obter um valor da relaxação linear mais próximo do valor ótimo do problema, no entanto esse não é o objetivo desta dissertação. Por fim, as restrições 2.8, 2.9 e 2.10 definem o domínio das variáveis. Apesar das variáveis  $z$  serem variáveis de fluxo, advindo daí a obrigatoriedade de serem inteiras, não é necessário defini-las como tal pois,

devido à formulação adotada, estas tomarão sempre valores inteiros.





## Capítulo 3

# Metodologia de Resolução

No presente capítulo apresentam-se os vários métodos desenvolvidos para resolver o PTPSC em estudo. Assim, começa-se por introduzir o conceito de algoritmo genético. De seguida é apresentado um tipo particular de algoritmo genético - o *biased random key genetic algorithm* (BRKGA). Segue-se a exposição dos vários procedimentos desenvolvidos considerando as várias hierarquias em estudo. Os procedimentos englobam os vários algoritmos genéticos criados, o procedimento de pesquisa local e as meta-heurísticas - procedimentos que fazem interagir os algoritmos genéticos com a pesquisa local diretamente.

O PTPSC envolve dois tipos de decisão, a aquisição dos itens e a determinação da rota. Desta forma, cada um dos algoritmos genéticos abordará o problema considerando uma hierarquia para as decisões. É possível observar uma associação entre as hierarquias e o tipo de decisões consideradas na tabela 3.1. Para cada algoritmo genético considera-se várias variantes incluindo a combinação com o procedimento de pesquisa local.

A hierarquia 1 está focada no desenho da rota. Como tal, a rota será determinada em primeiro lugar, sendo a atribuição dos itens aos mercados feita posteriormente. A hierarquia 2 é focada na aquisição dos itens. Assim, é primeiramente decidido onde os itens devem ser comprados. A rota será determinada

Hierarquia	Rota	Aquisição
1	Primeira Decisão	Segunda Decisão
2	Segunda Decisão	Primeira Decisão
3	Decisões ao mesmo nível	

Tabela 3.1: Associação das hierarquias à ordem de decisões

numa fase seguinte. Finalmente, na hierarquia 3, a rota a seguir e os mercados onde os itens devem ser adquiridos devem ser decididos paralelamente. Estas particularidades serão modeladas pelos cromossomas e codificações utilizados nos vários algoritmos genéticos, uma vez que o cromossoma irá codificar a primeira decisão a tomar.

Na hierarquia 1 é codificada a rota e, portanto, é utilizada uma codificação bastante usual para problemas de *routing* - permutações [9]. Para as hierarquias 2 e 3 recorre-se a listas de reais com elementos pertencentes ao intervalo  $[0, 1]$  - *random keys*. No entanto, o cromossoma e a decodificação utilizados em ambos os casos são ligeiramente diferentes devido ao tipo de decisão associada a cada uma destas.

Para cumprir o objetivo principal (a obtenção de soluções de boa qualidade) após o algoritmo genético é aplicado um procedimento de pesquisa local. Este é independente da hierarquia em estudo.

### 3.1 Algoritmos Genéticos

Os algoritmos genéticos são métodos heurísticos que pertencem à classe das meta-heurísticas uma vez que utilizam ferramentas com o objetivo de evitar ótimos locais e permitir uma análise mais eficaz do conjunto de soluções admissíveis. Esta pesquisa é feita tendo por base o princípio da teoria da evolução das espécies, sendo essa a razão pela qual estes algoritmos pertencem à categoria de meta-heurísticas evolutivas. Na figura 3.1 é possível observar o procedimento básico de um algoritmo genético.

- Cromossoma:

As soluções são codificadas passando a pesquisa a ser efetuada no espaço das soluções codificadas. Uma solução codificada é designada por cromossoma. Os cromossomas são transformados numa solução para o problema recorrendo a um decodificador. Existem vários tipos de codificações, nomeadamente listas binárias, listas de números reais, permutações ou *random keys*. Um cromossoma pode ser definido como uma lista de elementos de dimensão fixa, sendo cada um dos elementos designado por alelo. A codificação utilizada deve ser escolhida de forma a ser possível alcançar a solução ótima do problema, ou seja, deve existir um cromossoma que é decodificado na solução ótima. A situação preferencial seria existir uma correspondência biunívoca entre as soluções e os cromossomas, isto é, cada cromossoma codifica uma e uma só solução e uma solução é codificada por um e um só cromossoma, no entanto, em muitos dos casos isso não acontece.

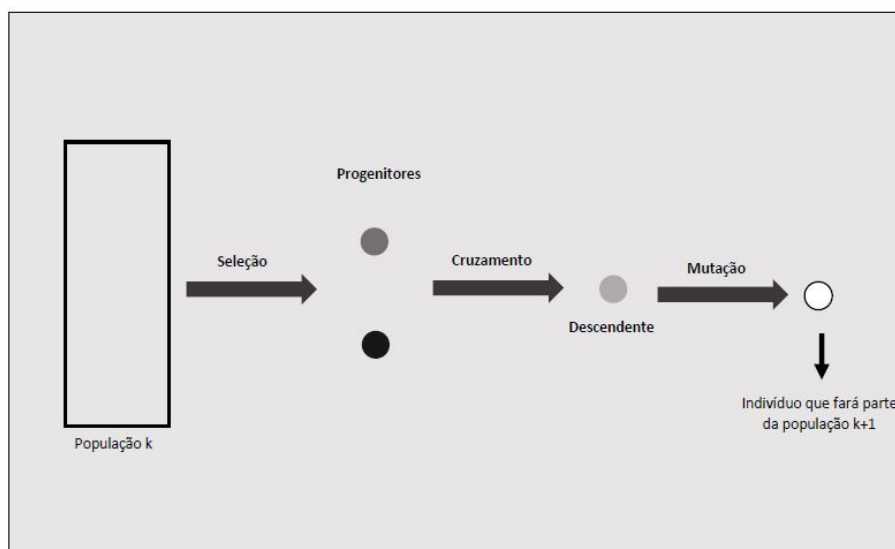


Figura 3.1: Representação esquemática do procedimento básico de um algoritmo genético

- Função Aptidão:

Assim, como na seleção natural, pretende-se que as melhores soluções se perpetuem na espécie. Em primeiro lugar é necessário avaliar a qualidade de uma solução. Para proceder a essa avaliação recorre-se a uma unidade de medida designada por função de aptidão. Como o principal propósito do método é encontrar boas soluções, a função aptidão deve estar relacionada com a função objetivo do problema que se pretende resolver usando o algoritmo genético. Muitas das vezes a função aptidão utilizada é a função objetivo do problema em questão.

- População:

Uma população será composta por um determinado número de cromossomas. Desta forma, os cromossomas podem ser encarados como indivíduos que pertencem a uma população. A dimensão da população - número de cromossomas existentes na população - é um parâmetro do algoritmo genético, que deve ser sujeito a experimentação. Esse número não deve ser muito pequeno, pois se o for a diversidade da população é baixa o que condiciona a pesquisa do espaço das soluções do problema. Mas também não deverá ser muito elevado, uma vez que prejudica a eficiência do algoritmo em termos computacionais.

Existem duas formas de criar a população inicial. Uma forma é gerá-la aleatoriamente e a outra consiste em povoá-la com soluções que já se sabem admissíveis para o problema. Essas soluções podem ser obtidas recorrendo a

outros métodos heurísticos. Claro que os métodos utilizados para povoar a população inicial não devem ser muito sofisticados nem demorados, senão não valeria a pena recorrer ao algoritmo genético. Ainda é possível misturar as duas formas, criar uns indivíduos da população recorrendo a um método e gerar os restantes usando o outro método. A razão pela qual se povoa a população inicial está relacionada com a eficiência do método, uma vez que se espera que o método convirja mais rapidamente para soluções de boa qualidade.

Para a população ir evoluindo, tornando-se mais apta às condições do ambiente é aplicado o mesmo processo que na seleção natural. Os indivíduos mais aptos são aqueles que têm maior probabilidade de sobreviver, sendo também aqueles com maior probabilidade de originar descendência. Desta forma, no procedimento básico do algoritmo genético começa-se por escolher os progenitores. Após o conjunto de progenitores estar definido, estes serão cruzados de acordo com uma certa probabilidade de cruzamento, que costuma ser elevada, de forma a originar descendência. Depois dos descendentes serem gerados podem sofrer uma mutação, sendo esta parte bastante útil para aumentar a diversidade da população e possivelmente obter novas características.

- Seleção:

A escolha dos progenitores pode ser feita de variadas formas. A cada indivíduo pode estar associada uma probabilidade de ser escolhido como progenitor, intimamente relacionada com o valor da sua função aptidão; pode-se fazer uma seleção tipo torneio, que está representada na figura 3.2, entre outras hipóteses. A seleção tipo torneio consiste em escolher aleatoriamente conjuntos de  $T$  indivíduos; um progenitor será o indivíduo daquele conjunto que tem melhor valor da função aptidão. Entenda-se por pressão na seleção a prioridade que é dada aos indivíduos mais aptos relativamente aos restantes indivíduos. A pressão na seleção é inversamente proporcional à diversidade da população, uma vez que um aumento na pressão na seleção leva a uma diminuição da diversidade da população e vice-versa. A pressão na seleção pode ser alterada durante o decorrer do processo. Um método onde a pressão na seleção é facilmente ajustada é a seleção tipo torneio, uma vez que basta alterar o valor de  $T$  (maior  $T$  mais pressão na seleção). É importante reparar que, independentemente do método utilizado na escolha dos progenitores, dá-se sempre preferência aos indivíduos mais aptos. Isto acontece numa tentativa de manter as boas características das melhores soluções na população.

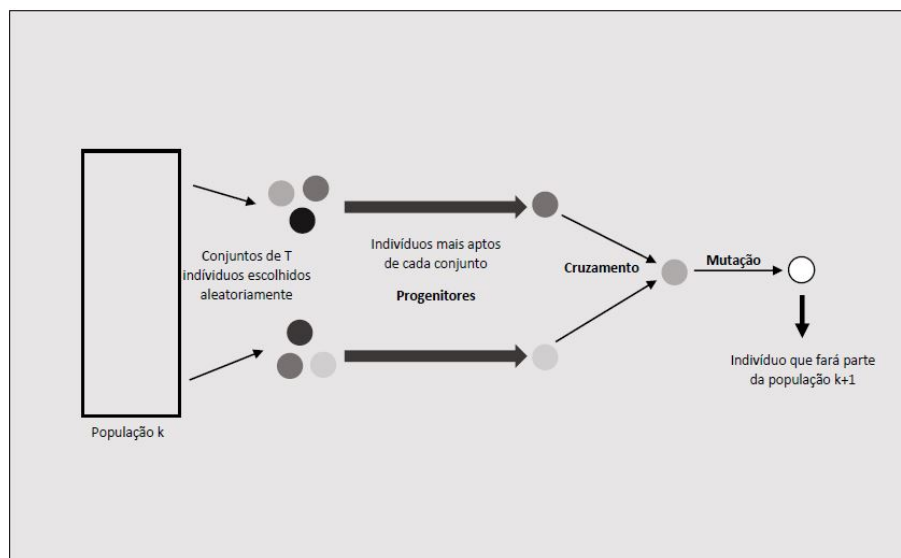


Figura 3.2: Representação esquemática de um algoritmo genético utilizando a seleção do tipo torneio

- Cruzamento e mutação:

Após a escolha dos progenitores é efetuado um cruzamento entre eles com o intuito de originar os descendentes (novos indivíduos). Depois dos descendentes serem gerados podem ser sujeitos a mutações. Estas mutações ocorrem com uma determinada probabilidade que se designa por probabilidade de mutação. Note-se que a probabilidade de mutação deve ser baixa e pode ser alterada no decorrer do processo. Quando a diversidade da população   baixa a probabilidade de mutação pode ser aumentada para adicionar diversidade   população. Existem algoritmos genéticos onde todos os indivíduos que pertencem à nova população podem sofrer uma mutação e não apenas os descendentes.

- Nova geração:

Os descendentes ter o de integrar a nova população, o que pode ser feito de inúmeras formas.   possível criar uma população totalmente nova, todos os indivíduos da nova geração são descendentes dos indivíduos da geração anterior; pode-se produzir apenas alguns descendentes e estes irão substituir indivíduos que pertenciam   geração anterior; pode-se substituir os indivíduos menos aptos da geração anterior ou indivíduos da geração anterior escolhidos de modo aleatório. É importante referir que a dimensão de cada geração é fixa.

Ainda existem outros aspetos a ter em atenção quando se desenvolvem algoritmos genéticos, como o tratamento de soluções não admissíveis ou a repetição de soluções. Quando um cromossoma codifica uma solução não admissível existem várias atitudes que se pode tomar. As soluções não admissíveis podem ser penalizadas, isto é, soma-se um determinado valor à função aptidão, de forma a tornar esse indivíduo num dos indivíduos menos aptos da população e que eventualmente desaparecerá da mesma. Em geral, a penalização utilizada deve ser tal que qualquer indivíduo que codifique uma solução admissível seja mais apto que um indivíduo que codifique uma solução não admissível. Outra hipótese é reparar a solução e esta volta a integrar a população como uma solução admissível. Já em relação à repetição de indivíduos, caso isso aconteça muito frequentemente, pode fazer com que o algoritmo convirja precocemente para soluções de fraca qualidade.

Existe um procedimento utilizado especificamente para codificações usando listas de reais designadas por *random keys*. Esse procedimento é designado por *Biased Random Key Genetic Algorithm* [10], [5] - BRKGA - e será apresentado de seguida.

### 3.1.1 *Biased Random Key Genetic Algorithm*

Tal como já foi referido, e o nome do procedimento indica, os cromossomas aqui utilizados são *random keys*.

Consideremos uma população com  $n$  indivíduos. O procedimento BRKGA consiste em dividir essa população em dois grupos distintos: a elite e a não-elite. Da elite farão parte os  $n_e$  indivíduos com melhor valor da função aptidão e da não-elite os restantes  $n - n_e$  indivíduos. Como a elite deve ser um grupo restrito requer-se que  $n_e < n - n_e$ . O BRKGA é um método elitista uma vez que os indivíduos pertencentes à elite são copiados de uma geração para a geração seguinte. Esta característica pode condicionar a variabilidade da população. Para aumentar a diversidade da população, combatendo esse problema, é efetuada mutação nos indivíduos. Contudo, neste método a mutação é feita de uma maneira um pouco diferente da habitual para os algoritmos genéticos. Em vez de sujeitarmos a uma mutação os indivíduos já existentes, vão ser gerados  $n_m$  novos indivíduos de forma aleatória. Esses novos indivíduos são denominados de mutantes. O número de mutantes deve ser baixo comparativamente à dimensão da população. Por fim, resta explicar como os restantes  $n - n_e - n_m$  indivíduos da nova geração serão criados. Como seria de esperar num algoritmo genético estes serão originados recorrendo ao cruzamento de indivíduos da geração anterior.

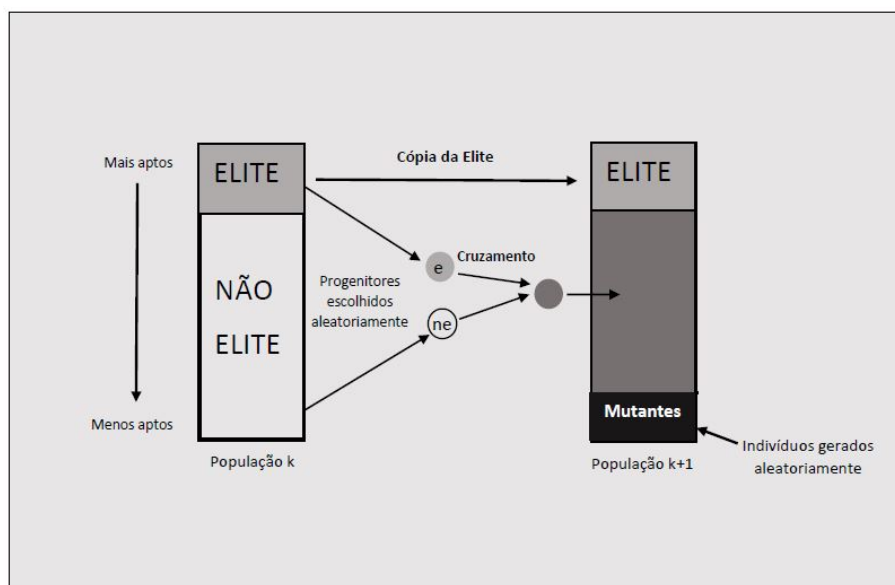


Figura 3.3: Representação esquemática do procedimento BRKGA

Como é possível observar no esquema apresentado na figura 3.3, para fazer o cruzamento são escolhidos dois progenitores: um progenitor pertencente à elite e outro que faz parte do conjunto não-elite. A função aptidão apenas tem influência na classificação dos indivíduos como elite e não-elite, após os conjuntos serem definidos os progenitores são escolhidos de forma completamente aleatória. Existem outras formas de escolher os progenitores: ambos os progenitores podem ser escolhidos de toda a população, um progenitor pode provir da elite e o outro de toda a população, *etc.*

Considere-se uma determinada probabilidade  $p_e$ . Esta é a probabilidade de um descendente herdar o alelo proveniente do progenitor da elite. Neste método para ser feito um cruzamento são necessários dois progenitores, como já foi referido, mas só será gerado um descendente. Para um determinado alelo  $i$ , o descendente irá herdar o alelo correspondente do progenitor elite com probabilidade  $p_e$  e o alelo do progenitor não-elite com probabilidade  $1 - p_e$ . É aconselhável que  $p_e$  seja superior a  $1 - p_e$ , portanto deve acontecer  $p_e \geq 0.5$ . É possível observar um esquema de como o cruzamento é efetuado no procedimento em causa na figura 3.4.

Nesta introdução foram apresentadas algumas possibilidades para desenhar um algoritmo genético específico, as escolhas são inúmeras. Não existe uma forma que seja a melhor, cada problema é um caso. Para obter um bom algo-

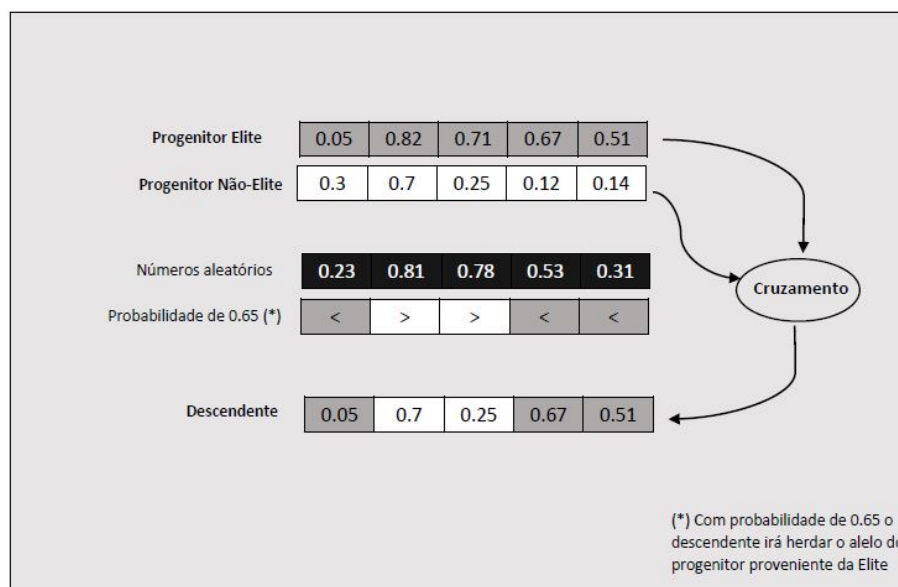


Figura 3.4: Representação esquemática do cruzamento efetuado no BRKGA

ritmo genético é necessário muita experimentação, principalmente no que diz respeito à afinação dos parâmetros. Este é um processo moroso e muitas vezes é impossível aferir com certeza se a opção tomada é a melhor.

### 3.2 Hierarquia 1 - *AG – Rota*

Neste caso, a hierarquia definida para as decisões atribui um grau de importância superior ao desenho rota pelo que apenas este é representado na codificação escolhida. Assim, a codificação escolhida considera permutações - sequências dos vários mercados. Os cromossomas têm  $m$  alelos sendo  $m$  o número de mercados do problema mais um, que representa o depósito. Para simplificar considera-se, tal como feito anteriormente, que o depósito é o mercado 1. De aqui em diante quando se referir o conjunto dos mercados está-se a incluir o depósito. Para decodificar um cromossoma considera-se que o primeiro mercado a ser visitado é o mercado 1, de seguida visita-se o mercado que se encontra no primeiro alelo do cromossoma, depois o mercado que se encontra no segundo alelo e assim sucessivamente até que se encontre um alelo que contenha o mercado 1. Quando isso acontece a rota volta ao depósito - o mercado 1 - e obtém-se um circuito. Esta codificação permite obter rotas de várias dimensões. Na figura 3.5 encontra-se uma ilustração de como é obtida a rota a partir de um cromossoma representativo desta hierarquia.

Para se obter uma solução para o PTP é ainda necessário saber em que



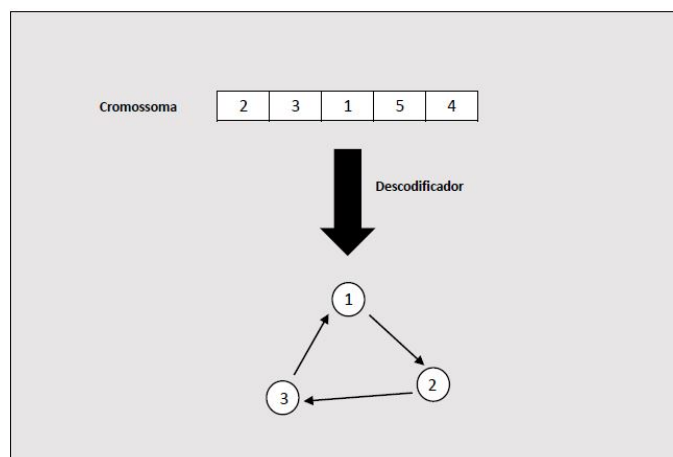


Figura 3.5: Representação esquemática da decodificação do cromossoma utilizado na hierarquia 1

mercados os itens são adquiridos. Caso seja possível construir uma solução admissível com os mercados pertencentes à rota, isto é, é possível adquirir todos os itens no conjunto de mercados que fazem parte da rota, os itens serão adquiridos no mercado pertencente à rota que os vende a um preço mais baixo. Observe-se que quando o cromossoma é decodificado numa rota esta pode ser não admissível, uma vez que a aquisição de todos os itens presentes na lista pode não ser possível nos mercados que pertencem à rota. Como já foi referido existem várias formas de lidar com este tipo de soluções (não admissíveis); a escolhida neste algoritmo genético foi penalizá-las. Para isso define-se como função aptidão de um cromossoma o valor da função objetivo correspondente à solução codificada por esse cromossoma. Se houver uma solução não admissível vamos determinar quantos itens é que não são possíveis de adquirir, e ao valor da sua função aptidão será somado o número de itens que não são comprados multiplicado por  $M$ . A constante  $M$  deve ser suficientemente grande de forma a que uma solução não admissível seja menos apta que qualquer solução admissível. Se isso acontecer as soluções não admissíveis serão, certamente, eliminadas da população nas próximas iterações do processo. O valor de  $M$  utilizado é a soma de todos os custos de todos os itens em todos os mercados, isto é,  $M = \sum_{k \in K} \sum_{i \in M(k)} d_{ki}$ .

Tenha-se em atenção a rota apresentada na figura 3.5 e o Exemplo 1. Como é possível verificar fazem parte da rota os mercados 1, 2 e 3. É possível adquirir os itens 1, 2 e 3 no mercado 3 e o item 4 no mercado 2, mas não é possível adquirir o item 5 em nenhum dos mercados pertencentes à rota. Assim, neste caso particular, é somado ao custo da solução que é possível construir o valor 240, que é obtido como foi explicado anteriormente. O custo da solução não admissível

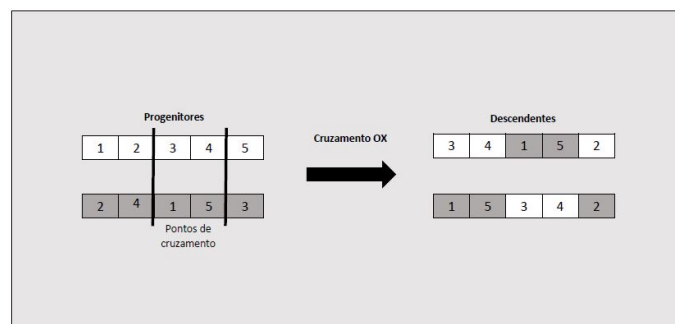


Figura 3.6: Representação esquemática do cruzamento OX

referida é 417. Adicione-se à rota o mercado 5, a seguir ao mercado 3. Esta solução já será admissível, pois é possível adquirir todos os itens. Considere-se que os itens 1, 2, 3 e 4 são comprados nos mercados indicados anteriormente e o item 5 é adquirido no mercado 5. O custo da solução admissível apresentada é 219, bastante inferior que o custo da solução não admissível.

A seleção dos progenitores é feita recorrendo a torneios. São escolhidos aleatoriamente grupos com  $T$  indivíduos pertencentes à população. O indivíduo mais apto do conjunto indicado, que neste caso é o indivíduo com menor valor de função aptidão, será um dos progenitores. Relembre-se que se pretende minimizar a função aptidão pois esta corresponde à função objetivo do PTPSC. Este processo é repetido o número de vezes necessárias para se obter todos os progenitores precisos para originar descendência. A inserção dos descendentes na nova população será feita de modo incremental. Assim, serão criados  $r$  descendentes que serão inseridos na próxima população substituindo os  $r$  indivíduos menos aptos, ou seja, os indivíduos com valor mais alto da função aptidão da geração anterior.

O cruzamento utilizado é o conhecido cruzamento OX para permutações. A partir de dois progenitores, designados por  $p_1$  e  $p_2$ , serão originados dois descendentes -  $d_1$  e  $d_2$ . São determinados dois pontos de cruzamento de forma aleatória. O descendente  $d_2$  irá herdar a porção de cromossoma entre os dois pontos de cruzamento do progenitor  $p_1$  e o mesmo acontece com o descendente  $d_1$  e o progenitor  $p_2$ . Os restantes alelos do descendente  $d_1$  serão preenchidos pela ordem que aparecem no progenitor  $p_1$  a partir do segundo ponto de cruzamento. O mesmo acontece para o descendente  $d_2$ , mas este irá herdar a ordem do progenitor  $p_2$ . Note-se que se um dos valores do progenitor já se encontra no descendente esse não é copiado e passa-se ao próximo alelo. É possível ver um esquema do cruzamento utilizado na figura 3.6.

Como cada dois progenitores originarão dois descendentes serão necessários fazer exatamente  $r$  torneios para obter os descendentes necessários para integra-

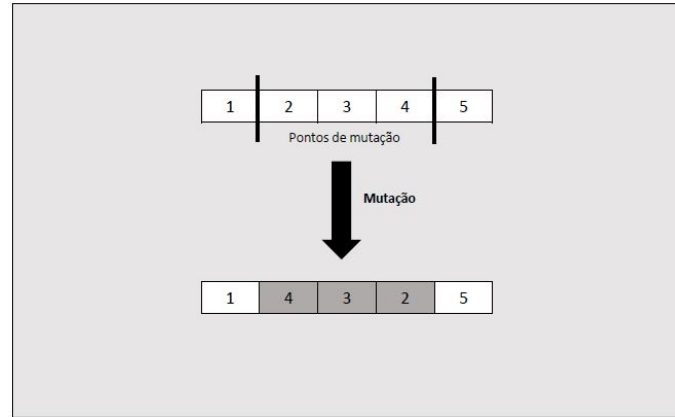


Figura 3.7: Representação esquemática do operador mutação utilizado na hierarquia 1

rem a próxima população. Desta forma, o parâmetro  $r$  terá de ser um número par.

Os descendentes, após serem criados, podem sofrer uma mutação com uma determinada probabilidade  $p_m$ . Determinam-se aleatoriamente dois pontos de mutação. A mutação consiste em inverter a ordem da porção do cromossoma entre esses dois pontos de mutação. É possível ver um exemplo na figura 3.7.

Introduz-se agora alguma notação necessária para desenvolver o algoritmo genético designado por *AG – Rota* e cujo pseudo-código está apresentado no algoritmo 3.1:

- $\underline{n}$ : Tamanho da população
- $\underline{T}$ : Número de indivíduos que participam no torneio
- $\underline{r}$ : Número de descendentes que serão adicionados à nova população
- $\underline{p_m}$ : Probabilidade de mutação
- $\underline{a_i}$ : Valor da função aptidão do indivíduo  $i$
- $\underline{C^T}$ : Conjunto de  $T$  indivíduos pertencentes à população
- $\underline{P_i}$ :  $i$ -ésimo progenitor
- $\underline{D}$ : Conjunto de todos os descendentes
- $\underline{D_i}$ :  $i$ -ésimo descendente gerado

---

**Algoritmo 3.1** Pseudo-código *AG – Rota*


---

**Require:**  $n, r, T, p_m$

- 1: Inicializar a população de dimensão  $n$  aleatoriamente
- 2: **for**  $i = 1$  **to**  $n$  **do**
- 3:   Calcular  $a_i$
- 4: **end for**
- 5: **while** Critério de paragem não for satisfeito **do**
- 6:   **for**  $i = 1$  **to**  $r$  **do**
- 7:     Escolher aleatoriamente  $C^T$
- 8:      $P_i = \min_{\text{Aptidão}} C^T$
- 9:   **end for**
- 10:    $i \leftarrow 1$
- 11:   **repeat**
- 12:     Aplicar cruzamento OX ao  $P_i$  e  $P_{i+1}$
- 13:     Obter  $D_i$  e  $D_{i+1}$
- 14:      $i \leftarrow i + 2$
- 15:   **until**  $i = r + 1$
- 16:   **for**  $i = 1$  **to**  $r$  **do**
- 17:     Gerar  $u \in [0, 1]$
- 18:     **if**  $u \leq p_m$  **then**
- 19:       Aplicar mutação ao  $D_i$
- 20:     **end if**
- 21:   **end for**
- 22:   **for**  $i = 1$  **to**  $r$  **do**
- 23:     Calcular  $a_{D_i}$
- 24:   **end for**
- 25:   Substituir os  $r$  indivíduos da população menos aptos por  $D$
- 26: **end while**

---

Numa tentativa de acelerar a convergência do algoritmo genético criou-se um procedimento que retira da rota os mercados onde não é adquirido nenhum item. Obtém-se assim uma nova solução que será codificada e o cromossoma correspondente inserido na população para substituir o correspondente à solução anterior, aquela que continha mercados “vazios”. Os passos 3 e 23 do algoritmo 3.1 serão substituídos pelo procedimento 3.2.

---

**Algoritmo 3.2** Eliminação dos mercados onde nenhum item é adquirido (*EMV*)

---

- 1: Decodificar o cromossoma  $C_i$  numa solução  $S_i$
- 2: Obter  $S'_i$  a partir de  $S_i$  eliminando os mercados vazios
- 3: **if**  $\text{Custos}_{S'_i} \leq \text{Custos}_{S_i}$  **then**
- 4:   Codificar solução  $S'_i$  no cromossoma  $C_{S'_i}$
- 5:   Substituir na população o cromossoma  $C_{S_i}$  pelo cromossoma  $C_{S'_i}$
- 6: **end if**

---

### 3.3 Hierarquia 2 - AG – Aquisição

A hierarquia 2 é caracterizada por se focar na aquisição dos itens. Desta forma, a codificação utilizada apenas nos indicará em que mercados os itens devem ser adquiridos. A rota é calculada posteriormente recorrendo a um método heurístico bem conhecido para o problema do caixeiro viajante - o método do vizinho mais próximo.

A codificação das soluções é feita utilizando *random keys*. Os cromossomas serão vetores em que cada alelo contém números pertencentes ao intervalo  $[0, 1]$ . A dimensão destes cromossomas será o número total de possibilidades de aquisição, isto é, é o número total de itens vendido no conjunto de todos os mercados pertencentes ao grafo. Clarificando, sendo  $m_i$  o número de mercados que vende o item  $i$ , a dimensão do cromossoma na corrente hierarquia é  $\sum_{i=1}^{|K|} m_i$ , com  $|K|$  igual ao número total de itens na lista. Tomando como exemplo a instância apresentada no Exemplo 1, observa-se que: o item 1 é vendido em 3 mercados; o item 2, assim como os itens 3 e 4, encontram-se disponíveis em 2 mercados, e o item 5 encontra-se disponível em 1 mercado. Assim o cromossoma representativo desta instância terá 10  $(= 3 + 3 \times 2 + 1)$  alelos. No cromossoma vamos ter porções correspondentes a cada um dos itens. Considere-se a porção do cromossoma correspondente ao item genérico  $k$ . Nessa porção, assim como nas outras, o  $i$ -ésimo alelo representa o  $i$ -ésimo mercado que vende o item  $k$  mais barato. Atentando uma vez mais ao Exemplo 1 apresentado no capítulo 2, o mercado que estará associado ao primeiro alelo do item 3 é o mercado 4 uma vez que é nesse mercado que o item em questão é mais barato.

Na figura 3.8 é observável a correspondência já referida, assim como a forma

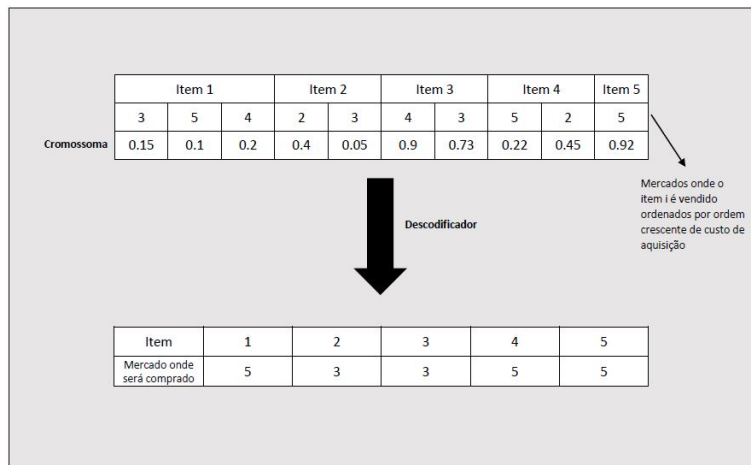


Figura 3.8: Representação esquemática da decodificação do cromossoma utilizada na hierarquia 2

como a aquisição dos itens deve ser efetuada, de acordo com os cromossomas utilizados na hierarquia em estudo. A decodificação é feita considerando cada porção de cromossoma correspondente a cada item. Para cada uma dessas porções é calculado o mínimo. O item será comprado no mercado que está associado ao alelo onde esse mínimo é atingido. Reparando na figura mencionada anteriormente, para o item 3 o mínimo é atingido no último alelo da porção correspondente ao mesmo, pelo que, este item será comprado no mercado onde é vendido ao preço mais alto - o mercado 3.

É importante referir que utilizando esta codificação obtêm-se sempre soluções admissíveis, dado que para cada item vamos escolher um mercado onde este será adquirido. No entanto, as soluções obtidas utilizando esta codificação tendem a conter muitos mercados. A função aptidão utilizada coincide com a função objetivo do PTPSC.

Após saber-se em que mercados os itens serão adquiridos determinar-se-á qual a rota a seguir. Apenas se admite que pertençam à rota mercados onde é comprado pelo menos um item. Seja  $C_{\overline{MV}}$  o conjunto de mercados onde é adquirido pelo menos um item. Considerando apenas os mercados pertencentes ao conjunto  $C_{\overline{MV}}$  vamos aplicar a heurística do vizinho mais próximo começando no mercado 1, uma vez que numa solução admissível para o problema a rota tem como início e fim o depósito. Assim, partindo do depósito, calcula-se o mercado pertencente ao conjunto indicado que fica a uma distância menor do primeiro mercado visitado. Seja  $i$  esse mercado. De seguida determina-se qual o mercado pertencente ao conjunto  $C_{\overline{MV}} \setminus \{i\}$  que se encontra mais perto do mercado  $i$ . Repete-se o processo até que todos os mercados em  $C_{\overline{MV}}$  pertençam à rota. Quando isso acontece regressa-se ao depósito, obtendo assim um circuito.

Considere-se a solução apresentada na figura 3.8 e a matriz de custos de deslocação 2.1 pertencente ao Exemplo 1. Os mercados onde é comprado pelo menos um item são apenas dois, o mercado 3 e o 5. Desta forma,  $C_{\overline{MV}} = \{3, 5\}$ . O mercado inicial da rota é o mercado 1. Determine-se agora o mercado, pertencente ao conjunto indicado, que se encontra a uma distância inferior do mercado 1. Esse mercado é o 3 pois  $c_{13} = 23$  enquanto que  $c_{15} = 24$ . Considere-se agora o conjunto  $C_{\overline{MV}} \setminus \{3\} = \{5\}$ . Não existe outra opção pelo que a seguir ao mercado 3 visita-se o mercado 5. Como todos os mercados do conjunto  $C_{\overline{MV}}$  foram visitados volta-se ao mercado 1 e fecha-se o circuito. Assim, a rota a seguir de acordo com a metodologia utilizada é:  $\{1, 3, 5, 1\}$ .

### 3.3.1 Algoritmo Genético

O primeiro versão do algoritmo genético, designado por *AG – Aquisição*, é muito semelhante ao apresentado na hierarquia 1. A escolha dos progenitores e a inclusão dos descendentes na nova população é feita da mesma forma usando, respetivamente, o método torneio e a substituição incremental. Apenas os operadores cruzamento e mutação são diferentes uma vez que estes estão intimamente relacionados com o tipo de codificação utilizada, e esta é bem diferente na corrente hierarquia.

Para o cruzamento escolhido são necessários dois progenitores e estes originarão dois descendentes. Seja  $a_i$  o valor da função aptidão do progenitor  $i$ . O descendente  $i$ , com  $i = 1, 2$ , irá herdar o alelo do progenitor  $i$  com probabilidade  $\frac{a_i}{a_1 + a_2}$  e herdar o alelo do outro progenitor com probabilidade complementar. É possível observar o processo na figura 3.9.

Mais uma vez, a mutação é aplicada apenas aos descendentes. Com a probabilidade  $p_m$  os descendentes podem sofrer uma mutação. Nesta hierarquia uma mutação consiste em escolher um alelo, aleatoriamente, e gerar um novo número aleatório no intervalo  $[0, 1]$ . A entrada existente no alelo, escolhido de forma aleatória, é substituída pelo novo número gerado aleatoriamente, como é possível observar na figura 3.10. Quando são aplicados os operadores indicados obtêm-se sempre soluções admissíveis para o PTPSC.

O algoritmo é análogo ao 3.1. A única alteração consiste em substituir o decodificador e os operadores - cruzamento e mutação - para os apresentados nesta hierarquia. É possível observar na tabela 3.2 quais as alterações a fazer ao algoritmo indicado.

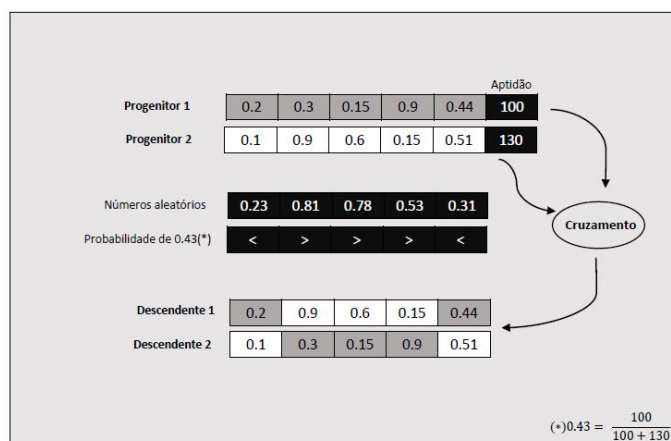


Figura 3.9: Representação esquemática do operador cruzamento utilizado no *AG – Aquisição*

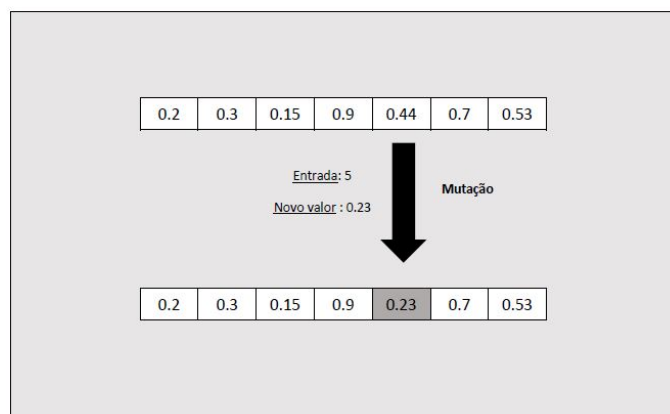


Figura 3.10: Representação esquemática do operador mutação utilizado no *AG – Aquisição*

<b>Algoritmo <i>AG – Rota</i></b>	<b>Algoritmo <i>AG – Aquisição</i></b>
Descodificação indicada em 3.5	Descodificação indicada em 3.8
Cruzamento OX indicado em 3.6	Cruzamento indicado em 3.9
Mutação indicada em 3.7	Mutação indicada em 3.10

Tabela 3.2: Alterações a fazer ao algoritmo 3.1 para o aplicar à hierarquia 2

Após se observar os resultados obtidos por este algoritmo verificou-se a baixa qualidade dos mesmos e decidiu-se optar por outra abordagem. Recorreu-se ao procedimento BRKGA que é apresentado na secção seguinte.

### 3.3.2 *Biased Random Key Genetic Algorithm*

O procedimento base para este método foi apresentado na secção 3.1.1, pelo que agora só será apresentado o algoritmo correspondente em pseudo-código que é denominado *BRKGA – Aquisição*. A not  o que será utilizada na apresentação do algoritmo é:

- $\underline{n}$ : Tamanho da população
- $\underline{n_e}$ : Número de indivíduos que pertencem à Elite
- $\underline{n_m}$ : Número de indivíduos que serão gerados em cada nova população - número de mutantes
- $\underline{p_e}$ : Probabilidade do descendente herdar o alelo correspondente ao progenitor Elite
- $\underline{l_c}$ : Número de alelos do cromossoma



- $\underline{a_i}$ : Valor da função aptidão do indivíduo  $i$
- $\underline{d_j}$ : Alelo que ocupa a posição  $j$  do descendente
- $\underline{p_j^E}$ : Alelo que ocupa a posição  $j$  do progenitor pertencente à Elite
- $\underline{p_j^{NE}}$ : Alelo que ocupa a posição  $j$  do progenitor pertencente à Não-elite

É possível observar o pseudo-código para o algoritmo *BRKGA – Aquisição* no algoritmo 3.3.

---

**Algoritmo 3.3** Pseudo-código do algoritmo *BRKGA – Aquisição*

---

**Require:**  $n, n_e, n_m, p_e$

```

1: Inicializar a população aleatoriamente
2: for  $i = 1$  to  $n$  do
3:   Calcular  $a_i$ 
4: end for
5: while Critério de paragem não for satisfeito do
6:   Determinar os  $n_e$  indivíduos que pertencem à Elite
7:   Copiar Elite para a próxima população
8:   Gerar  $n_m$  mutantes
9:   Inserir mutantes na nova população
10:  for  $i = n - n_e - n_m$  to  $n$  do
11:    Escolher um indivíduo da Elite aleatoriamente
12:    Escolher um indivíduo da Não-elite aleatoriamente
13:    for  $j = 1$  to  $l_c$  do
14:      Gerar um número aleatório  $u$  no intervalo  $[0, 1]$ 
15:      if  $u \leq p_e$  then
16:         $d_j = p_j^E$ 
17:      else
18:         $d_j = p_j^{NE}$ 
19:      end if
20:       $j \leftarrow j + 1$ 
21:    end for
22:  end for
23: end while

```

---

Os parâmetros número de indivíduos da população, número de indivíduos da elite, número de mutantes e a probabilidade de herdar um alelo do progenitor elite necessitam de ser otimizados.

Testes preliminares revelaram que este algoritmo tende a gerar rotas com um número excessivo de mercados. É exemplo disso uma instância com 75 mercados e 100 itens. Enquanto que na solução ótima temos 10 mercados na rota, na solução obtida usando o *BRKGA – Aquisição* (3.3) fazem parte da rota 27 mercados.

Para solucionar este problema foi desenvolvido um método designado por *drop markets* que consiste em determinar uma cobertura de mercados minimal e de menor custo. Este método tem como objetivo identificar e eliminar mercados da solução cuja remoção dê origem a uma nova solução admissível de custo inferior. Note-se que um mercado só pode ser eliminado da solução se os itens aí adquiridos puderem ser adquiridos noutra(s) mercado(s) visitado(s). O procedimento *drop markets* (*DM*) é descrito em seguida. Para cada um dos mercados existentes na rota (relembre-se que o mercado 1 é o depósito portanto não pode ser removido) calcula-se a alteração no valor da função objetivo originada pela sua remoção da rota. Esta alteração é calculada retirando o custo de deslocação associado a esse mercado e assumindo que os itens que eram aí comprados passam a ser adquiridos no mercado pertencente à rota onde estes são vendidos mais baratos (à exceção daquele que é retirado). Caso a solução deixe de ser admissível consideramos que a alteração originada é infinito. É removido o mercado que dá origem ao maior decréscimo no valor da função de aptidão. A aplicação do método *drop markets* para o Exemplo 1 está ilustrado na figura 3.11.

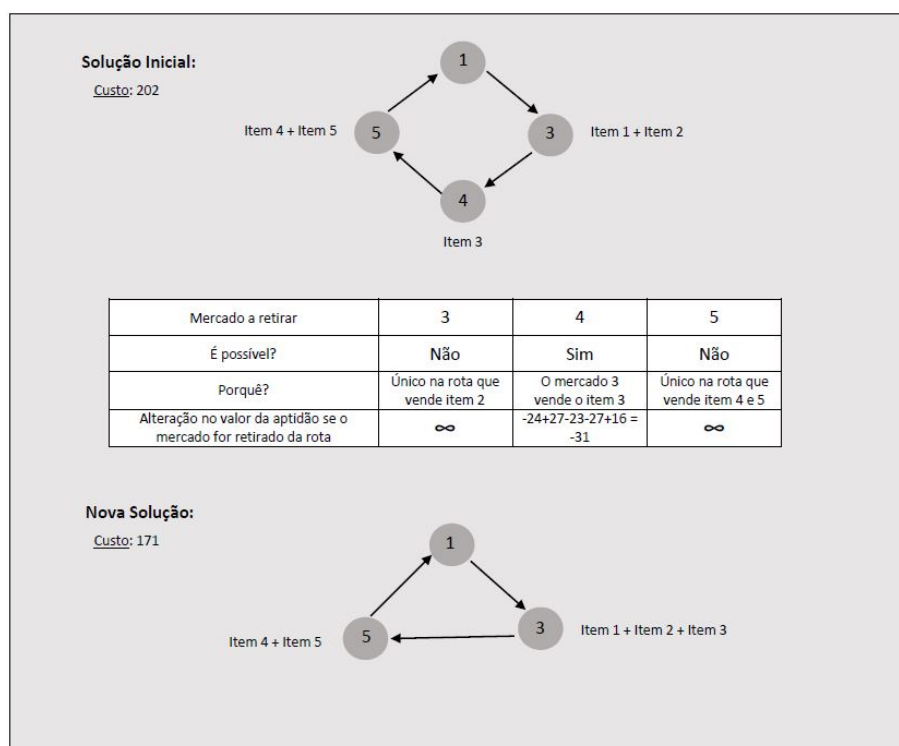


Figura 3.11: Representação esquemática do procedimento *drop markets*

É possível observar o pseudo-código para o algoritmo descrito anteriormente em 3.4. Tenha-se em atenção a seguinte notação:

- $\underline{M}_S$ : Conjunto de mercados que pertence à rota da solução  $S$
- $\underline{alt}_i$ : Alteração no valor da função aptidão se o mercado que ocupa a  $i$ -ésima posição na rota for eliminado da mesma

---

**Algoritmo 3.4** Pseudo-código do procedimento *drop markets*

---

**Require:** Solução admissível para o problema  $S$

```

1: while Critério de paragem não for satisfeito do
2:   for  $i \in M_S$  do
3:     Determinar  $alt_i$ 
4:   end for
5:   Determinar  $m = \min_{i \in M_S} alt_i = alt_{i^*}$ 
6:   if  $m < 0$  then
7:     Retirar da rota o mercado  $i^*$ 
8:     Atualizar a solução. Seja  $S'$  a nova solução.
9:   else
10:    Break
11:   end if
12: end while

```

**Ensure:** Solução admissível para o problema  $S' : Custos_{S'} \leq Custos_S$

---

Numa tentativa de acelerar o processo resolveu-se aplicar o procedimento à elite em todas as gerações, isto é, após determinar quais as soluções com melhor valor da função aptidão é de seguida aplicado o procedimento apresentado em 3.4. As soluções cujo conjunto de mercados é minimal serão transformadas num cromossoma de acordo com a codificação utilizada e irão substituir as soluções pertencentes à elite que lhe deram origem na população. Este procedimento é designado por  $DM_E$  e é possível observar um pseudo-código no algoritmo 3.5. Este deve ser aplicado após saber se que indivíduos pertencem à elite.

---

**Algoritmo 3.5** Pseudo-código do procedimento que aplica o método *drop markets* à elite ( $DM_E$ )

---

- 1: **for all** Indivíduos pertencentes à Elite **do**
  - 2:   Descodificar o cromossoma  $Cromossoma_S$  numa solução  $S$
  - 3:   Aplicar procedimento *drop markets*. Obter solução  $S'$
  - 4:   Codificar solução  $S'$  como  $Cromossoma_{S'}$
  - 5:   Substituir na população  $Cromossoma_S$  por  $Cromossoma_{S'}$
  - 6:   Atualizar valor da função aptidão
  - 7: **end for**
- 

### 3.4 Hierarquia 3 - *AG – Completo*

Nesta secção apresenta-se uma hierarquia que está focada nas duas partes do problema: a seleção dos mercados onde os itens serão adquiridos e a ordem pela qual esses mercados serão visitados.

Os cromossomas utilizados serão, mais uma vez, *random keys*. A parte de aquisição dos itens é codificada de forma análoga à apresentada para a hierarquia 2 e no final do cromossoma são acrescentados alelos de forma a ser possível modelar a rota. A dimensão dos cromossomas será:  $\sum_{i=1}^k m_i + m - 1$ , sendo  $k$  o número total de itens na lista,  $m$  o número de mercados e  $m_i$  o número de mercados que vendem o item  $i$ . Para codificar a rota, acrescenta-se à representação da parte da aquisição dos itens  $m - 1$  alelos, que correspondem a cada um dos mercados à exceção do depósito (mercado 1). Devido ao facto de para uma solução ser admissível o mercado de início e de fim de rota ter que ser o depósito não é necessário contemplá-lo no cromossoma. Desta forma, o alelo pertencente à parte da rota no cromossoma que ocupa a posição  $i$  corresponde ao mercado  $i + 1$ . Pela definição de *random key* é possível estabelecer uma relação de ordem total entre os valores que preenchem os alelos. Assim, para determinar a ordem pela qual os mercados devem ser visitados, os alelos são ordenados por ordem crescente de valor e será essa a rota a seguir, ignorando mercados onde nenhum item é comprado. É possível ver um esquema exemplificativo desta codificação na figura 3.12. Note-se que o mercado 3 não pertencerá à rota uma vez nenhum item é adquirido nesse mercado.

A metodologia aplicada nesta hierarquia é exatamente a mesma que é utilizada na secção anterior. Basicamente, a única diferença entre o *AG – Completo* e o *AG – Aquisição* são os cromossomas e, conseqüentemente, o decodificador (o mesmo para o *BRKGA – Completo* e o *BRKGA – Aquisição*).

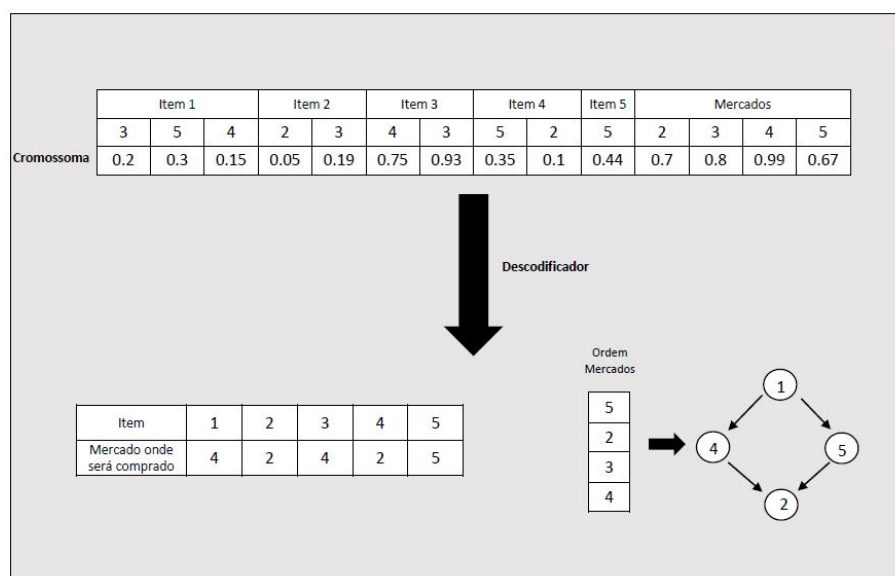


Figura 3.12: Representação esquemática da decodificação do cromossoma utilizada na hierarquia 3

### 3.5 Pesquisa Local

A pesquisa local desenvolvida é baseada em técnicas de *add* e *drop*. A ideia principal é eliminar alguns mercados da rota tornando-a, muito possivelmente, numa solução não admissível. Depois são adicionados novos mercados para restaurar a admissibilidade da solução e possibilitar a obtenção de novas soluções. De seguida aplica-se um procedimento para obter uma cobertura minimal. Com este procedimento espera-se ser possível obter uma nova solução com custo inferior à anterior.

O procedimento de pesquisa local tem como *input* uma solução admissível para o PTPSC. Desta forma, este procedimento pode ser aplicado sozinho, desde que se tenha conhecimento de uma solução admissível. Contudo, nesta dissertação ele será aplicado posteriormente aos vários algoritmos genéticos desenvolvidos, à melhor solução obtida pelos mesmos. A essa solução começa-se por aplicar um método que será designado por *assign to cheapest market*. Este método garante que os itens são adquiridos no mercado pertencente à rota que os vende ao preço mais baixo. Isto é garantido para a hierarquia 1 mas não para as outras hierarquias - hierarquias 2 e 3.

É aplicado de seguida o procedimento *drop markets* apresentado na secção 3.3 com o intuito de garantir que, após a sua aplicação, quando são eliminados mercados da rota não seja possível obter soluções de custo inferior. Após obter uma solução, que é uma cobertura minimal, elimina-se da rota o mercado cuja

remoção origina um maior decréscimo no valor da função aptidão. O decréscimo é calculado somando os custos de deslocação para visitar um determinado mercado, com os custos de aquisição dos itens que são comprados nesse mesmo mercado.

Numa tentativa de atingir outro tipo de soluções serão adicionados novos mercados à solução atual. Para cada item que era adquirido no mercado que foi eliminado da rota vamos adicionar um novo mercado. Esta adição pode ser feita de acordo com dois critérios:

1. Adicionar o mercado que vende o item mais barato;
2. Adicionar o mercado que vende o item e cuja inserção na rota origina o menor aumento no custo da mesma.

No caso do critério 1 os mercados onde os itens são mais baratos não pertencem à rota, uma vez que se pertencessem os itens seriam aí adquiridos em vez de no mercado que foi retirado da rota. Isso foi garantido ao aplicar o procedimento *assing to cheapest market*. Os mercados serão inseridos na rota na melhor posição possível - na posição onde o custo de inserção é menor. No critério 2 para cada um dos itens que deixaram de ser adquiridos determina-se todos os mercados onde estes são vendidos. Para cada um desses mercados é calculado o custo de inseri-lo na rota na melhor posição possível. Quando um dos mercados que vende o item pertence à rota considera-se que o custo de inserção do mesmo é zero. Assim, para esse item não será adicionado nenhum novo mercado à rota. Caso isso não aconteça, isto é, nenhum dos mercados que vende o item pertence à rota, é inserido o mercado cujo custo de inserção na melhor posição possível é inferior.

À solução aumentada são aplicados os mesmos procedimentos usados no início da pesquisa local: *assing to cheapest market* e *drop markets*, pela mesma ordem que são aqui indicados.

Por fim, é aplicada uma heurística de melhoramento com o objetivo de otimizar a rota. Esta heurística tem como base a vizinhança:

$$V(S) = \{S' \text{ admissíveis} : S' \text{ pode ser obtida a partir de } S \\ \text{trocando a posição de dois mercados na rota}\}$$

Na figura 3.13 é possível verificar quais os tipos de soluções que pertencem à vizinhança  $V$  apresentada e quais os que não pertencem. A vizinhança  $V$  da solução  $S$  apresentada na figura referida anteriormente é composta apenas pelas soluções  $S1$ ,  $S2$  e  $S3$  presentes na mesma figura.

A heurística de melhoramento é executada até ser atingido um ótimo local de acordo com a vizinhança  $V$ . Começa-se por determinar a alteração no valor da

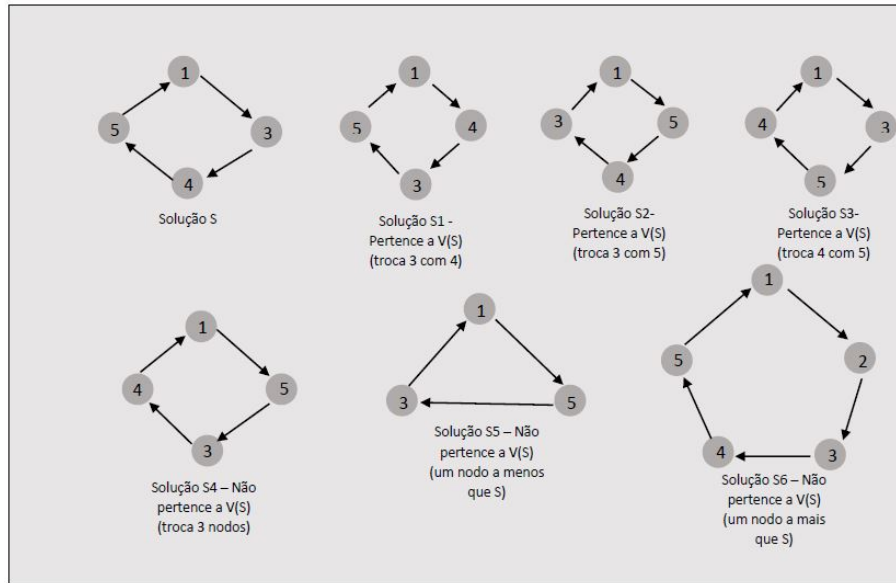


Figura 3.13: Representação esquemática da vizinhança  $V$

função objetivo originada por cada troca possível de dois vértices, pertencentes à solução. Não se engloba o depósito nestas trocas. É calculada a troca que origina o maior decréscimo no valor da função objetivo e efetua-se essa troca, atualizando a solução. À solução atualizada é aplicado o mesmo processo. Este procedimento repete-se até que não seja possível obter nenhum decréscimo, isto é, até que todas as alterações originem um aumento no valor da solução. Um esquema do procedimento é observável em 3.14

O pseudo-código para o procedimento de pesquisa local é observável no algoritmo 3.6.

---

**Algoritmo 3.6** Pseudo-código do procedimento usado na pesquisa local

---

**Require:** Uma solução admissível  $S$

- 1: Aplicar o procedimento *assing to cheapest market*
- 2: Aplicar o procedimento *drop markets*
- 3: **while** Critério de paragem não for satisfeito **do**
- 4: Retirar da rota o mercado que origina o maior decréscimo no valor da função aptidão
- 5: Adicionar mercados de acordo com um dos critérios apresentados
- 6: Aplicar o procedimento *assing to cheapest market*
- 7: Aplicar o procedimento *drop markets*
- 8: Aplicar heurística de melhoramento
- 9: **end while**

**Ensure:** Uma solução admissível de custo menor ou igual ao custo de  $S$

---

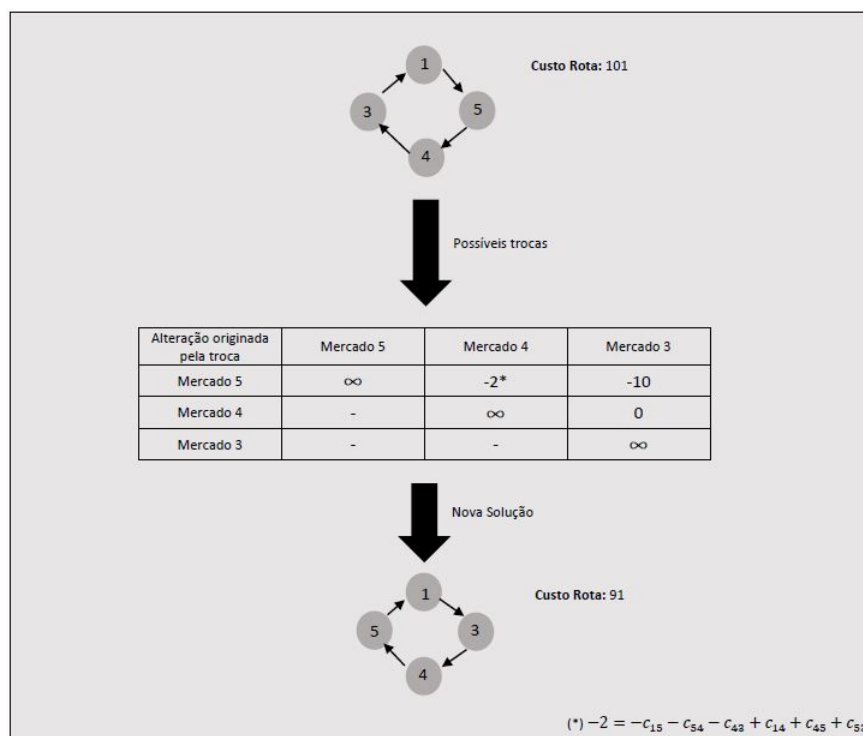


Figura 3.14: Representação esquemática da heurística de melhoramento



Tendo como base o algoritmo de pesquisa local apresentado anteriormente foram criadas algumas variantes em termos de aplicação. Numa primeira fase era aplicada a pesquisa local à melhor solução obtida usando os algoritmos genéticos. Devido ao sucesso da experiência de aplicar o procedimento *drop markets* à elite nos algoritmos *BRKGA – Aquisição* e *BRKGA – Completo* resolveu-se reproduzir esse teste, mas aplicando o procedimento de pesquisa local a toda a elite.

Experimentou-se aplicar os dois critérios para adicionar mercados à mesma instância, uma vez não era claro qual o critério que produz melhores resultados. Assim, a uma solução obtida pelo algoritmo genético é aplicado o procedimento de pesquisa local com um critério, obtendo-se uma nova solução. A essa nova solução é aplicado novamente o procedimento mas com o outro critério. Testou-se aplicar o critério 1 primeiro seguido do 2 e vice-versa.

A par destes métodos o procedimento de pesquisa local foi aplicado a uma solução admissível trivial do problema - a solução que contém todos os mercados. O início da rota é o mercado 1 e os mercados são visitados de acordo com a sua ordem lexicográfica. Este teste foi efetuado para verificar a influência que tem o facto do *input* da pesquisa local ser a melhor solução obtida pelos algoritmos genéticos na solução final (obtida após pesquisa local).

Para introduzir alguma diversidade na pesquisa local decidiu-se adicionar uma opção ao procedimento de pesquisa local que permite escolher o mercado a retirar da rota de forma aleatória. O resto do procedimento mantém-se. Com esta alteração obteve-se uma melhoria significativa nos resultados. No procedimento básico de pesquisa local 3.6 o passo 4 é substituído pela opção apresentada em 3.7.

---

**Algoritmo 3.7** Procedimento de escolha do mercado a retirar da rota

---

- 1: **if** Escolha aleatória **then**
  - 2:   Retirar da rota um mercado escolhido de modo aleatório
  - 3: **else**
  - 4:   Retirar da rota o mercado que origina o maior decréscimo no valor da função aptidão
  - 5: **end if**
- 

Com o objetivo do algoritmo genético ter na sua população inicial boas soluções alterou-se a forma de criar a população inicial. Uma percentagem  $p\%$  da população inicial é agora povoada por soluções obtidas com recurso ao procedimento de pesquisa local com escolha aleatória. É aplicada a pesquisa local a uma solução que contém todos os mercados. São feitas as iterações necessárias do procedimento de pesquisa local de forma a obter o número de indivíduos pretendido. Cada nova solução é codificada num cromossoma para

a hierarquia em causa e integrará a população inicial do algoritmo genético. Note-se que a percentagem  $p$  é um parâmetro que deve ser sujeito a vários testes.

### 3.5.1 Meta-heurísticas

Nesta dissertação entende-se por meta-heurística um procedimento que faça interagir o algoritmo genético com a pesquisa local. Nas duas meta-heurísticas que serão apresentadas de seguida o procedimento de pesquisa local é aplicado à população final obtida pelo algoritmo genético.

Num primeiro procedimento em vez de aplicarmos a pesquisa local apenas à melhor solução obtida pelo algoritmo genético vamos aplicar, além da melhor solução, a uma percentagem das melhores soluções da população final obtida pelo algoritmo genético. Designe-se este procedimento por meta-heurística 1 (*MH1*). Numa primeira fase de teste decidiu-se que essa percentagem deveria ser 20%. Todavia, esta percentagem deverá ser sujeita a testes.

Com a aplicação do procedimento anterior percebeu-se que existia pouca variabilidade nas soluções a que era aplicada a pesquisa local. A população final do algoritmo genético contém muitas soluções iguais, pelo que as soluções a que a pesquisa local era aplicada correspondiam à mesma.

Numa tentativa de aplicar o procedimento de pesquisa local a soluções diferentes resolveu-se alterar o critério de escolha e criar um procedimento denominado meta-heurística 2 (*MH2*). Serão escolhidas soluções que ocupam diferentes posições na população final do algoritmo genético. Assim, além da melhor solução produzida pelo algoritmo genético, a pesquisa local será aplicada à solução com melhor valor de função aptidão, com pior valor e com valor intermédio. Entenda-se por solução de valor intermédio a solução que corresponde ao ponto médio quando os valores de função aptidão estão ordenados por ordem crescente.

Estes procedimentos foram aplicados a todas as hierarquias em estudo, pelo que na tabela 3.3 é possível observar os nomes atribuídos aos procedimentos dependendo da hierarquia.

Hierarquia	Meta-heurística 1	Meta-heurística 2
1	<i>MH1 – Rota</i>	<i>MH2 – Rota</i>
2	<i>MH1 – Aquisição</i>	<i>MH2 – Aquisição</i>
3	<i>MH1 – Completo</i>	<i>MH2 – Completo</i>

Tabela 3.3: Associação das meta-heurísticas às hierarquias em estudo

## Capítulo 4

# Experiência Computacional

No corrente capítulo começam por ser apresentadas as instâncias de referência que serão utilizadas como instâncias de teste nesta dissertação. Segue-se a apresentação de um pequeno exemplo com o intuito de tecer algumas considerações sobre as instâncias de referência. Dado que, para as instâncias de referência consideradas, não se conheciam os seus valores ótimos procedeu-se ao cálculo dos mesmos. Estes podem ser consultados na próxima secção deste capítulo. De seguida serão apresentadas todas as experiências feitas no âmbito desta dissertação. Os resultados são apresentados de forma sintetizada. Para consultar todos os resultados obtidos aconselha-se o leitor a consultar o anexo. Por fim, dá-se a conhecer os resultados finais calculados de acordo com a melhor hipótese escolhida de entre todas as testadas. A par da apresentação dos resultados serão feitos alguns comentários em relação aos mesmos.

### 4.1 Instâncias de Teste

As instâncias de referência utilizadas encontram-se disponíveis no site [19] e foram criadas utilizando o gerador apresentado em [16]. Correspondem à classe cuja matriz de custos de deslocação é assimétrica e à versão do PTP sem capacidades - classe 6.

Os custos de deslocação são inteiros gerados aleatoriamente, de acordo com uma distribuição uniforme, no conjunto  $\{15, \dots, 30\}$ . Os custos de aquisição são gerados da mesma forma, no conjunto:  $\{a, \dots, a + 10\}$ , sendo  $a$  um número inteiro. O valor de  $a$  é escolhido de forma a não influenciar a solução ótima do problema. Caso isso não aconteça, existirá uma vertente do PTP mais importante que a outra. A proporção de itens disponíveis é cerca de 50% do número total de itens que poderiam ser vendidos. Tomando como exemplo um caso onde existem 5 mercados, englobando o depósito, e 5 itens, o número total de

itens vendidos será aproximadamente  $10 (= 0.5 \times (5 - 1) \times 5)$ .

Após serem analisadas algumas das instâncias acredita-se que  $a = 20$ . Desta forma, os custos de aquisição são inteiros a variar entre 20 e 30, inclusive.

Pela forma como os custos de deslocação foram gerados verifica-se facilmente que estes satisfazem a desigualdade triangular, pois  $c_{ij} + c_{jk} \leq 2 \times \min_{(i,j) \in A} c_{ij} \leq 2 \times 15 = 30 \geq c_{ik} \forall i, j, k \in M$ . Também não existem itens de custo nulo, como se assumiu anteriormente.

Para um determinado número de mercados  $m$  e número de itens  $k$  existem 5 instâncias distintas. Nesta dissertação serão utilizadas 75 instâncias, que corresponde às 5 instâncias para cada par  $(m, k)$  com  $m \in \{50, 75, 100, 200, 300\}$  e  $k \in \{50, 100, 200\}$ . É importante referir que as instâncias de maior dimensão desta classe, 300 mercados e 200 itens, serão resolvidas.

Em [14] foram testadas instâncias criadas com o mesmo gerador que as instâncias em estudo na presente dissertação e com algumas das dimensões utilizadas. Os autores utilizaram o procedimento de *branch-and-cut* desenvolvido para resolver de forma exata instâncias com  $|M| \in \{50, 100, 150, 200\}$  e  $|K| \in \{50, 100, 150, 200\}$ . Fixando o tempo limite em duas horas e utilizando o método proposto apenas foi possível resolver uma das instâncias com 150 mercados e 200 itens, três das instâncias 200.100, uma instância das 200.150 e não foi possível atingir a solução ótima de nenhuma das instâncias 200.200. Todas aquelas que não foram referidas foram resolvidas dentro do tempo limite.

Gouveia *et al.* [6] usam a mesma classe de instâncias que é utilizada nesta dissertação - a classe 6. Dado que a abordagem utilizada é para problemas restritos, os autores apenas conseguiram resolver o PTPSC para as instâncias com 50 mercados e com  $|K| \in \{10, 50, 100, 200\}$ .

Considere-se as matrizes 2.1 e 2.2 pertencentes ao Exemplo 1. Como já foi referido, o PTPSC tem duas decisões associadas, a aquisição dos itens e a determinação da rota. Com o propósito de verificar se alguma das decisões é mais importante que a outra, as duas decisões serão tomadas em separado. As soluções obtidas serão comparadas entre si e com a solução ótima do PTPSC para esta instância particular.

Decomponha-se os dois objetivos do problema, isto é, numa primeira fase pretende-se otimizar a parte da aquisição dos itens e noutra fase determinar a melhor rota possível. Primeiramente considera-se como função objetivo do problema  $\sum_{i \in M_1, k \in K} d_{ki} y_{ki}$ . De seguida, a função objetivo considerada é:  $\sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij}$ . Contudo, apesar dos objetivos só considerarem uma decisão,

pretende-se obter soluções admissíveis para o problema. Este facto implicará que as soluções serão circuitos e a aquisição de todos os itens nos mercados pertencentes à rota terá de ser possível.

A solução ótima tendo em conta que o objetivo é apenas minimizar os custos de aquisição consiste em: comprar o item 1 no mercado 3, o item 2 no mercado 2 ou 3, o item 3 no mercado 4, o item 4 no mercado 5 e o item 5 também no mercado 5. Os itens são adquiridos no mercado que os vende ao preço mais baixo. Para adquirir os itens nos mercados indicados iriam pertencer à rota pelo menos 4 mercados, contando com o depósito. Considerando apenas a otimização da rota obtemos como solução ótima a seguinte rota:  $\{1, 3, 5, 1\}$ . Esta rota é admissível pois é possível adquirir todos os itens nos mercados 3 e 5.

Relembre-se que a solução ótima do PTPSC considerando esta instância é caracterizada pela aquisição dos itens 1, 2 e 3 no mercado 3 e os restantes itens, 4 e 5, são comprados no mercado 5. A rota é:  $\{1, 3, 5, 1\}$ . A rota da solução ótima do PTPSC coincide com a solução obtida quando apenas se pretendia otimizar a rota.

O facto da rota da solução ótima do PTPSC coincidir com a solução ótima considerando apenas a otimização da rota é um acaso, no entanto não é surpreendente. Observando os custos de aquisição e de deslocação observa-se que é preferível comprar um item no local onde este tem o custo mais elevado do que inserir um mercado extra na rota. Isto acontece porque a maior diferença de custos dos itens é 10 ao passo que, o custo de inserir um novo mercado na rota é maior ou igual a 30 ( $= 15 + 15$ ). A solução considerando a melhor compra possível apenas seria a ótima se os custos de viagem fossem inferiores à menor diferença entre itens, ou seja, se o custo acrescido por não comprar o item no mercado onde este é mais barato for superior ao custo de inserção desse mercado na rota.

Observando os resultados obtidos conclui-se que nas instâncias utilizadas existe uma parte do problema que tem mais influência - a rota. Desta forma, espera-se que a hierarquia 1 produza melhores resultados que as restantes.

## 4.2 Valores Ótimos

Como o foco principal desta dissertação são métodos heurísticos, é do maior interesse ter acesso aos valores ótimos das instâncias de teste a fim de se poder avaliar a qualidade dos métodos desenvolvidos. Como os valores ótimos das instâncias de teste não eram conhecidos procedeu-se à obtenção dos mesmos utilizando a formulação apresentada em 2.2.1. Para isso recorreu-se ao *software CPLEX Studio* 12.6. Devido à demora da obtenção dos resultados e ao facto de o objetivo principal ser a obtenção do valor ótimo, e não os tempos de execução,

entendeu-se que não haveria problema de recorrer a vários computadores com especificidades distintas.

É possível observar os valores ótimos das instâncias de teste na tabela 4.1. Relembre-se que  $M$  é o conjunto de mercados, incluindo o depósito, e  $K$  é o conjunto dos itens. Assim, uma instância é caracterizada pelo terno  $|M|.|K|.i$  (número de mercados, número de itens e número da instância). Adotou-se a simbologia  $\hat{V}$  para representar o valor ótimo.

Não foi possível obter o valor ótimo da instância 300.200.1 atempadamente uma vez que, ao fim de aproximadamente 23 dias de execução, o computador ficou sem memória e não foi possível concluir o processo. O valor apresentado na tabela 4.1, assinalado com um (\*), corresponde ao limite inferior obtido pelo *CPLEX* ao fim do tempo referido. A solução admissível com menor valor encontrada até ao momento tem valor 4376.

Considere-se cada par definido por  $(|M|, |K|)$  com  $|M| \in \{50, 75, 100, 200, 300\}$  e  $|K| \in \{50, 100, 200\}$ . Foi feita a média dos tempos, em segundos, de obtenção

$ M . K $	$i$	$\hat{V}$	$ M . K $	$i$	$\hat{V}$	$ M . K $	$i$	$\hat{V}$
50.50	1	1204	50.100	1	2322	50.200	1	4442
	2	1229		2	2325		2	4454
	3	1239		3	2319		3	4462
	4	1219		4	2339		4	4456
	5	1225		5	2296		5	4439
75.50	1	1190	75.100	1	2279	75.200	1	4438
	2	1220		2	2309		2	4468
	3	1243		3	2304		3	4462
	4	1201		4	2281		4	4464
	5	1183		5	3264		5	4425
100.50	1	1169	100.100	1	2296	100.200	1	4436
	2	1155		2	2292		2	4457
	3	1146		3	2296		3	4430
	4	1154		4	2287		4	4409
	5	1142		5	2293		5	4420
200.50	1	1159	200.100	1	2299	200.200	1	4400
	2	1173		2	2269		2	4370
	3	1197		3	2265		3	4401
	4	1204		4	2241		4	4440
	5	1182		5	2206		5	4373
300.50	1	1158	300.100	1	2183	300.200	1	4361 (*)
	2	1180		2	2201		2	4354
	3	1191		3	2229		3	4314
	4	1190		4	2269		4	4369
	5	1171		5	2279		5	4406

Tabela 4.1: Valores ótimos das instâncias de referência

	M				
K	50	75	100	200	300
50	11	27	42	31632	46117
100	21	105	458	7771	113958
200	36	463	3019	81058	626257

Tabela 4.2: Médias dos tempos (em segundos) de obtenção dos valores ótimos

dos valores ótimos das 5 instâncias existente para um desses pares sendo esses resultados observáveis na tabela 4.2.

### 4.3 Estudo Computacional

No decorrer deste capítulo será utilizada alguma nomenclatura introduzida no capítulo 3, quando os algoritmos foram apresentados. Quando alguma tabela de resultados sintetizados é apresentada aparece uma referência, começada por A, que indica a tabela em anexo que contém os resultados completos.

Nas tabelas serão apresentadas médias de valores de *gap* sendo este definido como  $(\frac{V(x_H) - V(x^*)}{V(x^*)} \times 100)\%$ , onde  $V(x_H)$  é o valor da solução obtida recorrendo ao método heurístico e  $V(x^*)$  é o valor da solução ótima da instância em questão.

No caso da instância 300.200.1 para o cálculo do *gap* é utilizado um limite inferior do valor ótimo pelo que foi explicado na secção anterior. Desta forma, o *gap* apresentado relativamente a esta instância é um majorante para o verdadeiro valor do *gap*.

Os primeiros procedimentos a serem testados foram os algoritmos genéticos *AG – Rota*, *AG – Aquisição* e *AG – Completo*. Decidiu-se utilizar como critério de paragem o número de iterações. Os parâmetros utilizados na primeira fase de teste foram:

- ◊ Número de indivíduos no torneio ( $T$ ) - 4
- ◊ Número de indivíduos substituídos na população ( $r$ ) - 4
- ◊ Probabilidade de mutação ( $p_m$ ) - 0.01

- Teste ao número de iterações:

A dimensão da população escolhida foi de 20 indivíduos. Foram efetuados testes alterando o número de iterações. Foram feitas 1500 (A.1), 5000 (A.2) e 10000 iterações (A.3). Como esperado, aumentando o número de iterações a percentagem do *gap* diminui e o tempo de CPU aumentou. Os melhores resultados foram obtidos fazendo 10000 iterações. Contudo, realizando 10000 iterações obtém-se um tempo máximo de 500 segundos, com 5000 o tempo máximo despendido é 300 e para 1500 iterações despende-se no máximo 50 segundos. Os tempos apresentados são aproximados. Os resultados são observáveis na tabela 4.3.

- Aplicação do procedimento *EMV*:

Considerando o algoritmo *AG – Rota* observou-se que as soluções obtidas não eram uma cobertura minimal dos itens, isto é, visitavam-se mercados onde nenhum item era adquirido. Assim, resolveu-se utilizar um procedimento que elimina da rota os mercados onde não é adquirido nenhum item. Este procedimento é aplicado em todas as gerações do *AG – Rota*. O procedimento designa-se por *EMV*. Para verificar o efeito do procedimento em questão comparou-se os resultados obtidos utilizando apenas o *AG – Rota* com o *AG – Rota + EMV* sendo esta observável na tabela 4.4 (resultados completos A.4). Os resultados foram obtidos após 10000 iterações.

Optar por utilizar o procedimento *EMV* não foi vantajoso já que houve um aumento nos valores de *gap*. Este procedimento influencia negativamente a aprendizagem do algoritmo genético. Isto deve-se, muito provavelmente, à baixa diversidade da população originada pela aplicação do procedimento *EMV*.

Iterações	<i>AG1 – Rota</i>	<i>AG – Aquisição</i>	<i>AG – Completo</i>
1500	13.17%	31.87%	40.77%
5000	9.95%	28.19%	36.31%
10000	8.79%	27.09%	33.18%

Tabela 4.3: *Gaps* médios obtidos utilizando os algoritmos genéticos

Algoritmo	<i>AG – Rota</i>	<i>AG – Rota + EMV</i>
<i>Gap</i> médio	8.79%	10.59%

Tabela 4.4: Aplicação ou não aplicação do procedimento *EMV* na hierarquia 1



- Teste à probabilidade de mutação:

Aumentou-se a probabilidade de mutação de 0.01 para 0.1 numa tentativa de aumentar a diversidade da população no decorrer do algoritmo e, desta forma, alcançar melhores soluções. Após 1500 iterações obtiveram-se os desvios apresentados na tabela 4.5 (A.5).

O aumento da probabilidade de mutação conduziu a uma diminuição no valor médio do *gap* que variou entre 3.58% e 11.83%. Esta alteração no valor do *gap* pode significar que existe pouca variabilidade na população. Esta condicionante (pouca diversidade) pode ser resolvida aumentando, novamente, a probabilidade de mutação ou substituindo mais indivíduos na população.

- Aplicação do *biased random key genetic algorithm*:

Apesar dos resultados terem melhorado, com o aumento da probabilidade de mutação, para as hierarquias 2 e 3 os valores de *gap* continuam superiores a 20%, o que não é desejável. Desta forma, optou-se por utilizar um procedimento específico para *random keys* - o *biased random key genetic algorithm*. Os parâmetros utilizados inicialmente foram:

- ◊ Dimensão da elite - 4
- ◊ Número de mutantes - 2
- ◊ Probabilidade do descendente herdar o alelo do progenitor da elite - 0.65

A população manteve-se com 20 indivíduos e foram feitas 1500 (A.6) e 5000 iterações (A.7). Os resultados são visíveis na tabela 4.6.

Comparativamente aos algoritmos genéticos iniciais *AG – Aquisição* e *AG – Completo* houve uma melhoria no valor do *gap*, pelo que, para as hierarquias 2 e 3, o procedimento escolhido de aqui em diante é o *BRKGA*.

$p_m$	<i>AG – Rota</i>	<i>AG – Aquisição</i>	<i>AG – Completo</i>
0.01	13.17%	31.87%	40.77%
0.1	9.59%	24.87%	28.94%

Tabela 4.5: *Gaps* médios obtidos aumentando a probabilidade de mutação

Iterações	<i>BRKGA – Aquisição</i>	<i>BRKGA – Completo</i>
1500	11.34%	12.24%
5000	7.89%	9.13%

Tabela 4.6: *Gaps* médios obtidos aplicando o procedimento *BRKGA*

• Parâmetros:

Seguiu-se o teste aos parâmetros. Para a hierarquia 1 tentou-se aumentar a variabilidade da população tendo sido testadas 10 combinações distintas dos parâmetros  $n$ ,  $T$ ,  $r$  e  $p_m$  sendo estas apresentadas na tabela A.8. Para as restantes hierarquias utilizaram-se as sugestões de parâmetros apresentadas em [5] que serão referidas na secção A.5.2. Estes testes são apresentados detalhadamente nas tabelas A.9, A.10, A.11, A.12 e A.13. Os parâmetros escolhidos foram os que originaram melhores resultados de todas as combinações testadas. Todavia, não é garantido que esta seja a melhor opção de todas as existentes. Desta forma, para a hierarquia 1 o conjunto de parâmetros adotado é:

- ★ Número de indivíduos no torneio ( $T$ ) - 4
- ★ Número de indivíduos substituídos na população ( $r$ ) - 16
- ★ Probabilidade de mutação ( $p_m$ ) - 0.25

Como os resultados obtidos até ao momento indicam uma semelhança entre as hierarquias 2 e 3 apenas se testou os parâmetros para a hierarquia 2. Assume-se que a hierarquia 3 se comporta da mesma forma. Assim, parâmetros escolhidos para as hierarquias referidas foram:

- ★ Dimensão da elite - 2
- ★ Número de mutantes - 2
- ★ Probabilidade do descendente herdar o alelo do progenitor da elite - 0.5

A dimensão da população manteve-se - 20 indivíduos.

• Aplicação do procedimento *drop markets*:

Após uma análise das soluções obtidas recorrendo ao *BRKGA – Aquisição* e *BRKGA – Completo* chegou-se à conclusão que contêm rotas muito grandes comparativamente às soluções ótimas. Por exemplo, na caso da instância

<i>BRKGA – Aquisição</i>	<i>BRKGA – Aquisição + DM</i>
14.46%	4.45%
<i>BRKGA – Completo</i>	<i>BRKGA – Completo + DM</i>
16.16%	5.02%

Tabela 4.7: *Gap* médio obtido aplicando o procedimento *DM*

<i>BRKGA – Aquisição + DM</i>	<i>BRKGA – Aquisição + DM<sub>E</sub></i>
4.45%	3.79%
<i>BRKGA – Completo + DM</i>	<i>BRKGA – Completo + DM<sub>E</sub></i>
5.02%	4.07%

Tabela 4.8: *Gaps* médios obtidos utilizando os procedimentos *DM* e *DM<sub>E</sub>*

75.100.4, enquanto a rota correspondente à solução ótima contém 10 mercados, as rotas obtidas pelo *BRKGA – Aquisição* e *BRKGA – Completo* contêm, respetivamente, 27 e 25 mercados. Este aumento do número de mercados na rota é proporcional ao número de itens que se pretende adquirir. Para corrigir esse problema foi desenvolvido o procedimento *drop markets (DM)* e aplicado às hierarquias indicadas. Os *gaps* médios obtidos após 1500 iterações são apresentados na tabela 4.7 (A.14).

Experimentou-se aplicar o procedimento referido anteriormente à hierarquia 1 mas, neste caso, não se obteve uma melhoria significativa dos resultados. Executando apenas o algoritmo genético obtém-se um *gap* médio de 3.73%. Juntando o procedimento *DM* a média obtida é de 3.23%.

Numa tentativa de acelerar a obtenção de boas soluções no *BRKGA* testou-se aplicar o procedimento *DM* à elite durante todo o processo (*DM<sub>E</sub>*), em vez de o aplicar apenas à melhor solução obtida pelo *BRKGA* como foi feito anteriormente. Os resultados apresentados na tabela 4.8 foram obtidos ao fim de 1500 iterações (A.15).

A experiência efetuada foi bem sucedida tendo sido atingida uma diminuição no valor do *gap* em ambas as hierarquias. No caso da hierarquia 2 houve uma diminuição de 0.66% e, no que diz respeito à hierarquia 3, a diminuição foi de 0.95%. Contudo, o tempo despendido neste caso é bastante superior, uma vez que é necessário descodificar a solução, aplicar o procedimento e voltar a codificá-la.

- Aplicação do procedimento de pesquisa local:

Tendo como base técnicas de *add* e *drop* desenvolveu-se um método de

	$AG + PL$	
Hierarquia	$C1$	$C2$
1	2.21%	2.92%
2	2.32%	3.02%
3	2.39%	3.22%

Tabela 4.9:  $Gap$  médio obtido aplicando o procedimento  $PL$ 

	$AG + PL_E$	
Hierarquia	$C1$	$C2$
2	2.14%	2.80%
3	2.39%	2.85%

Tabela 4.10:  $Gap$  médio obtido aplicando o procedimento  $PL_E$ 

pesquisa local ( $PL$ ). Este é aplicado à melhor solução obtida pelo algoritmo genético ( $AG - Rota$ ,  $BRKGA - Aquisição$  e  $BRKGA - Completo$ ) em utilização. Os resultados apresentados na tabela 4.9 foram obtidos efetuando 1500 iterações do algoritmo genético e 500 de pesquisa local (A.16). Na mesma tabela na coluna  $Ci$  encontra-se o  $gap$  médio obtido utilizando o critério  $i$ , com  $i = 1, 2$ .

As médias dos  $gap$  diminuíram em todas as hierarquias e obtiveram-se os melhores resultados até ao momento. É interessante reparar que os resultados apresentados não variam tanto consoante a hierarquia em causa. Nos resultados anteriores existia uma dominância clara da hierarquia 1 em relação às outras; na tabela 4.9 isso não é observado. A pesquisa local uniformizou os algoritmos genéticos uma vez que todos eles produzem resultados dentro da mesma gama de valores. Relativamente aos critérios, o 1 aparenta ser ligeiramente melhor que o 2.

À semelhança do que foi efetuado para o procedimento  $DM$  decidiu-se aplicar a pesquisa local à elite ( $PL_E$ ). Os resultados são observáveis na tabela 4.10 (A.17).

Comparativamente à aplicação do procedimento  $PL$  apenas à melhor solução obtida pelo genético, a maior diminuição alcançada foi de 0.37% (hierarquia 3 critério 2) e, num dos casos obteve-se um aumento de 0% no valor do  $gap$  (hierarquia 3 critério 1). Como é verificável as alterações originadas pelo  $PL_E$  não são significativas. Além disso, o processo é mais demorado. Assim, pelas razões apresentadas, este procedimento não será adotado.

- Aplicação dos dois critérios à mesma solução:

Como algumas das melhores soluções foram obtidas utilizando um critério e outras o outro decidiu-se experimentar aplicar à mesma solução os dois critérios. Efetua-se 250 iterações de um critério e as restantes 250 iterações com o outro. Foram testadas as duas ordenações possíveis. Na tabela 4.11 encontram-se os resultados obtidos (A.18).

Foi possível obter uma diminuição no valor médio do *gap* em todas as hierarquias. Esta varia entre 0.05% e 0.23%, comparando com o melhor critério para cada hierarquia quando se aplica a pesquisa local à melhor solução obtida pelo algoritmo genético correspondente. Como a melhoria alcançada não foi a esperada e também não existe uma diminuição no tempo, este procedimento não será adotado.

Para ter uma ideia do impacto do algoritmo genético nas soluções obtidas após aplicar a pesquisa local decidiu-se apenas utilizar o procedimento de pesquisa local. Como solução inicial utiliza-se uma que contém todos os mercados, pois será admissível certamente. Os itens serão adquiridos em qualquer mercado que os venda. Aplicando apenas a pesquisa local à referida solução obteve-se, segundo o com o critério 1, uma média de 2.97% e, utilizando o critério 2, um valor médio de 3.86%. Apesar das médias serem mais elevadas do que aquelas obtidas utilizando primeiro o algoritmo genético o tempo de execução foi bastante inferior (demorou um tempo máximo de 15 segundos) (A.20).

- Aplicação do procedimento pesquisa local *random*:

Para adicionar variabilidade à pesquisa local decidiu-se que a escolha do mercado a retirar da rota deveria ser feita de forma aleatória ( $PL_R$ ). Fazendo esta alteração obteve-se os resultados apresentados na tabela 4.12 (A.19).

Estes resultados foram obtidos efetuando 1500 iterações de  $AG$  e 500 de  $PL_R$ . Comparado com o caso  $AG + PL$  obtém-se uma diminuição no valor

Hierarquia	$AG + PL$	
	$C1 \rightarrow C2$	$C2 \rightarrow C1$
1	2.16%	2.01%
2	2.12%	2.13%
3	2.16%	2.22%

Tabela 4.11: *Gap* médio obtido aplicando os dois critérios à mesma solução

Hierarquia	$AG + PL_R$	
	$C1$	$C2$
1	0.92%	2.04%
2	1.16%	2.38%
3	1.26%	2.32%

Tabela 4.12: *Gap* médio obtido utilizando o procedimento  $PL_R$ 

Hierarquia	Povoar $AG$	
	$C1$	$C2$
1	1.30%	2.09%
2	1.59%	2.55%
3	1.42%	2.81%

Tabela 4.13: *Gap* médio obtido povoando a população inicial do  $AG$ 

do *gap* em todas as hierarquias e em ambos os critérios. Este melhoramento varia entre 0.64% (hierarquia 2 critério 2) e 1.29% (hierarquia 1 critério 1). Note-se que na hierarquia 1 critério 1 obtém-se um *gap* médio inferior a 1%. Dado que se estão a analisar médias de valores, os resultados obtidos foram bastante positivos, pelo que, de agora em diante o procedimento de pesquisa local utilizado é o  $PL_R$ .

De igual forma ao que feito anteriormente, decidiu-se verificar qual a importância do algoritmo genético, portanto aplicou-se o mesmo processo. De acordo com o critério 1 obteve-se uma média de 1.34% e, respeitante ao critério 2, a média obtida foi de 2.39%. Note-se que o procedimento de pesquisa local produz resultados bastante bons uma vez que consegue atingir resultados médios muito próximos dos obtidos quando se aplica um algoritmo genético antes e num tempo computacional muito inferior (A.20).

- Povoar a população inicial:

Numa tentativa de atingir melhores soluções, acelerando a convergência do algoritmo genético, decidiu-se povoar a população inicial com soluções obtidas através da pesquisa local *random*. Para testar decidiu-se povoar metade da população. Desta forma, 10 cromossomas da população inicial serão criados aleatoriamente e os restantes 10 indivíduos serão obtidos recorrendo à pesquisa local. Os resultados obtidos aplicando o método descrito estão presentes na tabela 4.13 (A.21).

Dado que a média do *gap* foi superior àquelas já obtidas esta variante será

abandonada imediatamente. Por essa razão, não foram efetuados mais testes à proporção entre indivíduos gerados aleatoriamente e criados.

- Aplicação das meta-heurísticas:

Para diversificar as soluções às quais é aplicada a pesquisa local decidiu-se utilizá-la, além de na melhor solução obtida pelo algoritmo genético, às 4 melhores soluções presentes na população final do mesmo. Este procedimento será designado de *MH1*. Os resultados obtidos são visíveis na tabela 4.14.

Estes resultados foram obtidos fazendo 1000 iterações de *AG* e 500 de *PL* (A.23). Além da escolha apresentada testou-se fazer: 1500 iterações de algoritmo genético e 500 de pesquisa local (A.22); e 1000 iterações de algoritmo genético e 1000 de pesquisa local (A.24). A primeira escolha é muito demorada, pois uma iteração do algoritmo genético é mais demorada que uma iteração de pesquisa local e, além disso, os resultados produzidos não são significativamente diferentes. A segunda hierarquia produz resultados melhores em alguns casos, contudo essa diferença não é significativa para justificar a utilização de 1000 iterações de *PL* em vez de 500. Portanto, pelas razões apresentadas, optou-se por efetuar a escolha retratada na tabela.

Após analisar as soluções às quais é aplicada a pesquisa local chegou-se à conclusão que muitas delas são iguais. Obteve-se melhores resultados porque a pesquisa local é aplicada mais vezes (500 iterações a 5 soluções em vez de 500 iterações a uma solução) e não pela diversidade de soluções a que esta é aplicada. Numa tentativa de combater este problema decidiu-se aplicar a pesquisa local, mais uma vez além de na melhor solução obtida pelo algoritmo genético, à melhor solução presente na última população do genético, à pior solução e à solução que ocupa uma posição intermédia quando as soluções se encontram ordenadas por valor crescente da função aptidão. Este procedimento é denominado por *MH2*. Os resultados obtidos são apresentados na tabela 4.15 (A.25).

É interessante reparar que para a hierarquia 1 a melhor escolha é a meta-

Hierarquia	<i>MH1</i>	
	<i>C1</i>	<i>C2</i>
1	0.73%	1.51%
2	0.93%	1.51%
3	1.02%	1.64%

Tabela 4.14: *Gap* médio obtido aplicando o procedimento *MH1*

Hierarquia	<i>MH2</i>	
	<i>C1</i>	<i>C2</i>
1	0.80%	1.57%
2	0.90%	1.41%
3	1.01%	1.62%

Tabela 4.15: *Gap* médio obtido aplicando o procedimento *MH2*

heurística 1 e para as outras hierarquias - 2 e 3 - é a meta-heurística 2 que produz melhores resultados. Isto deve-se ao facto da população final da hierarquia 1 ter menos diversidade do que a população final das restantes hierarquias. Na hierarquia 1 os cromossomas têm uma dimensão inferior. Desta forma, a meta-heurística 1 funciona melhor na hierarquia 1 pois o procedimento de pesquisa local é aplicado mais vezes. Nas outras hierarquias a pesquisa local é aplicada a soluções diversificadas produzindo assim melhores resultados.

## 4.4 Resultados Finais

Na corrente secção será apresentada uma síntese dos resultados finais obtidos com recurso aos algoritmos desenvolvidos no âmbito desta dissertação. Mais uma vez é possível consultar os resultados completos obtidos em anexo. Começa-se por explicar em que condições estes foram obtidos e segue-se a sua apresentação. A par disto serão feitos alguns comentários sobre os resultados.

Todos os métodos em estudo foram implementados utilizando o MATLAB versão *R2014b*. Todos os resultados apresentados nesta secção foram obtidos com recurso a um computador com um processador *Intel® Core™ i7-4710HQ CPU @ 2.50GHz 12GB*.

Devido aos vários testes efetuados no capítulo anterior decidiu-se que o melhor procedimento para resolver a hierarquia 1 é a meta-heurística 1 (*MH1 – Rota*) e a meta-heurística 2 será utilizada para as hierarquias 2 e 3 (*BRKGA – Aquisição* e *BRKGA – Completo*). Em todas as hierarquias serão realizadas 1000 iterações de algoritmo genético e 500 do procedimento de pesquisa local *random*.

Analisando todos os resultados obtidos conclui-se que, no procedimento da pesquisa local, o critério 1 produz sempre resultados melhores que o 2. Desta forma, o critério 1 é o escolhido para utilizar na obtenção dos resultados finais.



Graças à aleatoriedade característica dos algoritmos genéticos começou-se por testar a influência da *seed* nos resultados obtidos. Desta forma, foi escolhida uma instância e resolvida 30 vezes utilizando 30 *seeds* diferentes. O propósito deste teste é verificar se os algoritmos desenvolvidos são robustos, isto é, se os resultados que produzem são um acaso ou se são consistentes. A instância escolhida para fazer este teste foi a 100.50.1 uma vez que se pretendia obter um equilíbrio entre o número de vezes que a instância iria ser resolvida e o seu tempo de resolução. Na figura 4.1 é possível observar um conjunto de *box plots* que retratam os resultados obtidos (A.26).

No caso da hierarquia 1 não se verifica a existência de *outliers*, o mesmo não acontece nos outros dois casos. Contudo, apesar dos *box plots* representativos das hierarquias 2 e 3 indicarem que existe alguma variabilidade nas soluções obtidas, as soluções não são muito distintas. Na hierarquia 2 a solução com menor valor de *gap* tem como custo 1173 e aquela com o valor mais alto é 1184. Para a hierarquia 3 os valores das soluções variam entre 1174 e 1184. Desta forma, apesar de não ser perceptível na figura apresentada, as hierarquias 2 e 3 também produzem o mesmo tipo de soluções independentemente da *seed* utilizada.

Pelo que foi dito anteriormente foram efetuadas apenas 5 corridas para cada uma das instâncias de teste apresentadas na secção 1 do presente capítulo. Nas tabelas 4.16, 4.17 e 4.18 é possível observar uma síntese dos resultados obtidos para a hierarquia 1, hierarquia 2 e hierarquia 3, respetivamente (A.27).

As duas primeiras colunas das tabelas referidas caracterizam a instância: a primeira coluna indica o número de mercados e de itens que a instância contém ( $|K| \cdot |M|$ ) e a outras o número de instância, uma vez que para combinação de mercados e itens existem 5 instâncias disponíveis. Na coluna designada por **Mínimo** encontra-se o menor valor de *gap* obtido durante as 5 corridas. Na coluna seguinte é apresentada a média dos *gaps* das corridas efetuadas para cada instância e, na quinta coluna, está presente o valor máximo do mesmo. Na penúltima coluna o *Range* é definido como a diferença entre o **Máximo** e

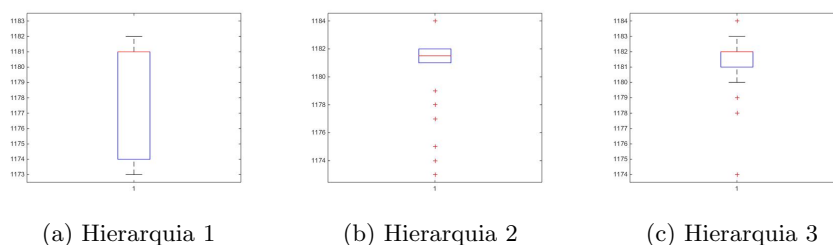


Figura 4.1: *Box-plot* representando as 30 repetições da instância 100.50.1



Tabela 4.16

$ M  \cdot  K $	Instância	Mínimo	Média	Máximo	Range	$Média_{tempo}$
	3	0.00%	0.03%	0.09%	0.09%	60.17
	4	0.43%	0.47%	0.61%	0.17%	57.73
	5	0.09%	0.09%	0.09%	0.00%	87.99
	<b>Média</b>	0.19%	0.33%	0.48%	0.29%	66.21
100.100	1	0.87%	1.03%	1.13%	0.26%	79.67
	2	0.22%	0.55%	0.79%	0.57%	78.19
	3	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	70.59
	4	0.12%	0.12%	0.17%	0.13%	82.28
	5	0.26%	0.26%	0.35%	0.26%	75.17
	<b>Média</b>	0.24%	0.39%	0.49%	0.24%	76.98
100.200	1	0.09%	0.14%	0.20%	0.11%	138.12
	2	0.45%	0.50%	0.58%	0.13%	116.36
	3	0.32%	0.33%	0.36%	0.05%	151.07
	4	0.02%	0.10%	0.18%	0.16%	214.10
	5	0.27%	0.33%	0.36%	0.09%	88.76
	<b>Média</b>	0.23%	0.28%	0.34%	0.11%	141.68
200.50	1	1.90%	1.92%	1.98%	0.09%	88.90
	2	0.85%	0.92%	1.02%	0.17%	78.49
	3	1.75%	1.87%	2.01%	0.25%	60.49
	4	1.50%	1.50%	1.50%	0.00%	62.81
	5	0.42%	0.42%	0.42%	0.00%	52.28
	<b>Média</b>	1.28%	1.33%	1.39%	0.10%	68.60
200.100	1	0.52%	0.76%	0.87%	0.35%	129.57
	2	0.75%	0.87%	0.97%	0.22%	113.88
	3	0.57%	0.63%	0.75%	0.18%	133.09
	4	0.62%	0.64%	0.67%	0.04%	141.85
	5	0.41%	0.41%	0.41%	0.00%	141.72
	<b>Média</b>	0.58%	0.66%	0.73%	0.16%	132.02
200.200	1	0.82%	0.86%	0.93%	0.11%	215.16
	2	0.73%	0.77%	0.82%	0.09%	270.04
	3	0.57%	0.63%	0.70%	0.14%	231.44
	4	0.52%	0.57%	0.61%	0.09%	147.15
	5	0.50%	0.56%	0.59%	0.09%	264.94
	<b>Média</b>	0.63%	0.68%	0.73%	0.10%	255.75
300.50	1	2.42%	2.76%	3.11%	0.69%	98.55
	2	0.25%	0.61%	0.76%	0.51%	72.17
	3	2.02%	2.18%	2.35%	0.34%	75.62
	4	2.02%	2.05%	2.18%	0.17%	86.01
	5	1.62%	1.83%	1.88%	0.26%	89.25
	<b>Média</b>	1.67%	1.89%	2.06%	0.39%	84.32
300.100	1	0.73%	0.74%	0.78%	0.05%	276.84
	2	0.59%	0.77%	0.82%	0.23%	211.65
	3	0.45%	0.54%	0.67%	0.22%	220.87
	4	0.97%	1.15%	1.32%	0.35%	179.12
	5	0.83%	0.96%	1.01%	0.18%	154.31
	<b>Média</b>	0.72%	0.83%	0.92%	0.21%	208.56
300.200	1	1.31%	1.38%	1.42%	0.11%	319.15

Continua na próxima página

Tabela 4.16

$ M . K $	Instância	Mínimo	Média	Máximo	Range	$Média_{tempo}$
	2	0.44%	0.51%	0.60%	0.16%	151.91
	3	0.42%	0.48%	0.56%	0.14%	255.87
	4	0.62%	0.66%	0.69%	0.07%	293.62
	5	0.77%	0.84%	0.95%	0.18%	261.38
	<b>Média</b>	0.71%	0.77%	0.84%	0.13%	256.39

Tabela 4.17: Síntese dos resultados finais utilizando a hierarquia 2

$ M . K $	Instância	Mínimo	Média	Máximo	Range	$Média_{tempo}$
50.50	1	0.08%	0.47%	0.66%	0.58%	68.54
	2	0.24%	0.42%	0.57%	0.33%	57.95
	3	0.16%	0.29%	0.40%	0.24%	56.26
	4	0.00%	0.13%	0.25%	0.25%	60.10
	5	0.24%	0.31%	0.41%	0.16%	66.50
	<b>Média</b>	0.15%	0.32%	0.46%	0.31%	61.87
50.100	1	0.09%	0.15%	0.22%	0.13%	101.27
	2	0.17%	0.28%	0.34%	0.22%	97.52
	3	0.04%	0.09%	0.13%	0.09%	104.62
	4	0.13%	0.27%	0.47%	0.34%	105.60
	5	0.13%	0.17%	0.26%	0.13%	107.26
	<b>Média</b>	0.11%	0.19%	0.29%	0.18%	103.25
50.200	1	0.02%	0.14%	0.25%	0.23%	198.66
	2	0.13%	0.26%	0.34%	0.20%	184.11
	3	0.11%	0.16%	0.18%	0.07%	190.68
	4	0.09%	0.19%	0.27%	0.18%	240.14
	5	0.00%	0.12%	0.18%	0.18%	191.23
	<b>Média</b>	0.07%	0.17%	0.24%	0.17%	200.97
75.50	1	0.67%	1.08%	1.26%	0.59%	91.02
	2	0.49%	0.90%	1.15%	0.66%	77.31
	3	0.08%	0.31%	0.80%	0.72%	70.99
	4	0.00%	0.12%	0.33%	0.33%	82.35
	5	0.34%	0.44%	0.51%	0.17%	78.49
	<b>Média</b>	0.32%	0.57%	0.81%	0.49%	80.03
75.100	1	0.75%	0.76%	0.79%	0.04%	147.93
	2	0.00%	0.10%	0.35%	0.35%	139.28
	3	0.39%	0.43%	0.48%	0.09%	126.02
	4	0.00%	0.14%	0.35%	0.35%	149.69
	5	0.00%	0.04%	0.09%	0.09%	151.29
	<b>Média</b>	0.23%	0.30%	0.41%	0.18%	142.84
75.200	1	0.14%	0.16%	0.20%	0.07%	266.82
	2	0.18%	0.30%	0.40%	0.22%	227.47
	3	0.20%	0.27%	0.34%	0.13%	212.80
	4	0.22%	0.26%	0.31%	0.09%	252.14
	5	0.09%	0.17%	0.29%	0.20%	278.06

Continua na próxima página

Tabela 4.17

$ M  \cdot  K $	Instância	Mínimo	Média	Máximo	Range	$Média_{tempo}$
<b>Média</b>		0.17%	0.23%	0.31%	0.14%	247.46
100.50	1	1.03%	1.09%	1.11%	0.09%	95.74
	2	0.09%	0.23%	0.52%	0.43%	112.63
	3	0.00%	0.07%	0.17%	0.17%	106.34
	4	0.43%	0.47%	0.43%	0.00%	101.57
	5	0.09%	0.09%	0.09%	0.00%	128.97
<b>Média</b>		0.33%	0.38%	0.47%	0.14%	109.05
100.100	1	1.09%	1.17%	1.31%	0.22%	161.70
	2	0.22%	0.59%	0.79%	0.57%	168.90
	3	0.00%	0.04%	0.13%	0.13%	161.89
	4	0.04%	0.14%	0.31%	0.26%	176.06
	5	0.17%	0.28%	0.39%	0.22%	164.41
<b>Média</b>		0.31%	0.44%	0.58%	0.28%	166.59
100.200	1	0.07%	0.17%	0.25%	0.18%	287.96
	2	0.45%	0.47%	0.49%	0.04%	275.73
	3	0.34%	0.37%	0.38%	0.05%	267.82
	4	0.02%	0.08%	0.18%	0.16%	332.20
	5	0.27%	0.32%	0.41%	0.14%	164.42
<b>Média</b>		0.23%	0.28%	0.34%	0.11%	265.63
200.50	1	1.90%	1.90%	1.90%	0.00%	171.35
	2	0.77%	0.84%	0.85%	0.09%	147.40
	3	1.75%	1.82%	1.92%	0.17%	138.23
	4	1.50%	1.50%	1.50%	0.00%	138.98
	5	0.42%	0.46%	0.59%	0.17%	127.54
<b>Média</b>		1.27%	1.30%	1.35%	0.08%	144.70
200.100	1	0.57%	0.72%	0.87%	0.30%	257.23
	2	0.75%	0.87%	0.97%	0.22%	276.02
	3	0.57%	0.64%	0.71%	0.13%	271.45
	4	0.62%	0.62%	0.80%	0.40%	276.71
	5	0.41%	0.42%	0.45%	0.05%	275.31
<b>Média</b>		0.54%	0.66%	0.76%	0.22%	271.34
200.200	1	0.80%	0.87%	0.91%	0.11%	468.67
	2	0.80%	0.83%	0.89%	0.09%	520.59
	3	0.59%	0.65%	0.75%	0.16%	421.29
	4	0.45%	0.57%	0.63%	0.18%	430.95
	5	0.53%	0.56%	0.59%	0.07%	513.64
<b>Média</b>		0.63%	0.70%	0.76%	0.12%	471.03
300.50	1	2.33%	2.75%	3.02%	0.69%	215.79
	2	0.68%	0.68%	0.68%	0.00%	196.61
	3	2.02%	2.22%	2.27%	0.25%	197.75
	4	2.02%	2.12%	2.44%	0.42%	212.13
	5	1.88%	1.98%	2.39%	0.51%	203.60
<b>Média</b>		1.78%	1.95%	2.16%	0.38%	205.17
300.100	1	0.69%	0.72%	0.73%	0.05%	435.72
	2	0.82%	0.82%	0.82%	0.00%	373.43
	3	0.45%	0.52%	0.72%	0.27%	447.43
	4	1.10%	1.20%	1.32%	0.22%	403.98

Continua na próxima página

Tabela 4.17

$ M  \cdot  K $	Instância	Mínimo	Média	Máximo	Range	$Média_{tempo}$
300.200	5	0.92%	0.97%	1.10%	0.18%	357.24
	<b>Média</b>	0.80%	0.85%	0.94%	0.14%	403.56
	1	1.22%	1.39%	1.49%	0.28%	683.15
	2	0.48%	0.52%	0.55%	0.07%	618.48
	3	0.46%	0.52%	0.56%	0.09%	634.82
	4	0.55%	0.64%	0.69%	0.14%	637.98
	5	0.82%	0.91%	1.02%	0.20%	633.57
	<b>Média</b>	0.71%	0.79%	0.86%	0.16%	641.60

Tabela 4.18: Síntese dos resultados finais utilizando a hierarquia 3

$ M  \cdot  K $	Instância	Mínimo	Média	Máximo	Range	$Média_{tempo}$
50.50	1	0.25%	0.42%	0.66%	0.42%	52.05
	2	0.33%	0.52%	0.65%	0.33%	38.90
	3	0.16%	0.23%	0.24%	0.08%	36.01
	4	0.00%	0.13%	0.25%	0.25%	43.33
	5	0.24%	0.28%	0.41%	0.16%	48.34
	<b>Média</b>	0.20%	0.31%	0.44%	0.25%	43.73
50.100	1	0.04%	0.11%	0.17%	0.13%	86.03
	2	0.13%	0.22%	0.30%	0.17%	76.96
	3	0.00%	0.06%	0.09%	0.09%	78.77
	4	0.04%	0.18%	0.43%	0.38%	82.66
	5	0.00%	0.17%	0.30%	0.30%	80.91
	<b>Média</b>	0.04%	0.15%	0.26%	0.22%	81.07
50.200	1	0.14%	0.18%	0.20%	0.07%	169.45
	2	0.18%	0.25%	0.34%	0.16%	153.03
	3	0.07%	0.13%	0.22%	0.16%	149.56
	4	0.18%	0.24%	0.31%	0.13%	152.77
	5	0.09%	0.09%	0.11%	0.02%	159.95
	<b>Média</b>	0.13%	0.18%	0.24%	0.11%	156.95
75.50	1	1.09%	1.16%	1.26%	0.17%	63.38
	2	0.33%	0.70%	1.07%	0.74%	52.68
	3	0.16%	0.58%	0.80%	0.64%	44.46
	4	0.00%	0.13%	0.17%	0.17%	60.63
	5	0.34%	0.54%	0.76%	0.42%	53.88
	<b>Média</b>	0.38%	0.62%	0.81%	0.43%	55.00
75.100	1	0.18%	0.47%	0.79%	0.61%	108.69
	2	0.00%	0.08%	0.17%	0.17%	103.15
	3	0.39%	0.42%	0.48%	0.09%	92.05
	4	0.00%	0.10%	0.31%	0.31%	93.85
	5	0.04%	0.05%	0.09%	0.04%	110.18
	<b>Média</b>	0.12%	0.22%	0.37%	0.25%	101.58
75.200	1	0.11%	0.14%	0.18%	0.07%	217.97
	2	0.20%	0.27%	0.34%	0.13%	181.50

Continua na próxima página

Tabela 4.18

$ M  \cdot  K $	Instância	Mínimo	Média	Máximo	Range	$Média_{tempo}$
	3	0.22%	0.33%	0.43%	0.20%	163.42
	4	0.16%	0.28%	0.40%	0.25%	202.71
	5	0.14%	0.21%	0.29%	0.16%	226.74
	<b>Média</b>	0.17%	0.25%	0.33%	0.16%	198.47
100.50	1	0.94%	1.15%	1.28%	0.34%	59.07
	2	0.09%	0.26%	0.52%	0.43%	85.93
	3	0.00%	0.10%	0.17%	0.17%	77.84
	4	0.00%	0.35%	0.43%	0.43%	76.16
	5	0.00%	0.07%	0.09%	0.09%	105.14
	<b>Média</b>	0.21%	0.39%	0.50%	0.29%	80.83
100.100	1	0.74%	0.99%	1.09%	0.35%	115.44
	2	0.35%	0.59%	0.74%	0.39%	121.38
	3	0.00%	0.09%	0.17%	0.17%	109.64
	4	0.04%	0.23%	0.31%	0.26%	138.29
	5	0.09%	0.23%	0.31%	0.22%	111.66
	<b>Média</b>	0.24%	0.43%	0.52%	0.28%	119.28
100.200	1	0.11%	0.18%	0.27%	0.16%	215.79
	2	0.29%	0.42%	0.52%	0.22%	214.88
	3	0.25%	0.33%	0.41%	0.16%	221.51
	4	0.02%	0.14%	0.23%	0.20%	254.45
	5	0.23%	0.30%	0.41%	0.18%	119.39
	<b>Média</b>	0.18%	0.27%	0.37%	0.19%	205.20
200.50	1	1.90%	1.90%	1.90%	0.00%	114.42
	2	0.60%	0.85%	1.02%	0.43%	102.17
	3	1.75%	2.06%	2.51%	0.75%	82.56
	4	1.50%	1.50%	1.50%	0.00%	82.93
	5	0.42%	0.42%	0.42%	0.00%	74.45
	<b>Média</b>	1.23%	1.34%	1.47%	0.24%	91.31
200.100	1	0.70%	0.74%	0.83%	0.13%	179.93
	2	0.66%	0.84%	0.88%	0.22%	191.15
	3	0.57%	0.69%	0.84%	0.26%	173.90
	4	0.67%	0.70%	0.76%	0.09%	195.74
	5	0.41%	0.43%	0.45%	0.05%	188.95
	<b>Média</b>	0.60%	0.68%	0.75%	0.15%	185.93
200.200	1	0.82%	0.87%	0.98%	0.16%	328.39
	2	0.73%	0.85%	0.92%	0.18%	341.14
	3	0.55%	0.63%	0.70%	0.16%	273.59
	4	0.47%	0.53%	0.59%	0.11%	297.09
	5	0.48%	0.56%	0.62%	0.14%	393.56
	<b>Média</b>	0.61%	0.69%	0.76%	0.15%	326.75
300.50	1	2.76%	2.95%	3.11%	0.35%	128.34
	2	0.25%	0.58%	0.68%	0.42%	106.44
	3	2.02%	2.17%	2.27%	0.25%	113.34
	4	1.43%	1.90%	2.02%	0.59%	116.68
	5	1.62%	1.95%	2.48%	0.85%	121.17
	<b>Média</b>	1.62%	1.91%	2.11%	0.49%	117.19
300.100	1	0.73%	0.74%	0.78%	0.05%	309.87

Continua na próxima página

Tabela 4.18

$ M . K $	Instância	Mínimo	Média	Máximo	Range	$Média_{tempo}$
	2	0.82%	0.82%	0.82%	0.00%	262.56
	3	0.45%	0.53%	0.58%	0.13%	298.84
	4	1.10%	1.13%	1.19%	0.09%	230.76
	5	0.92%	1.00%	1.05%	0.13%	204.28
	<b>Média</b>	0.80%	0.84%	0.88%	0.08%	261.26
300.200	1	1.15%	1.36%	1.51%	0.37%	413.62
	2	0.51%	0.57%	0.62%	0.11%	381.88
	3	0.46%	0.53%	0.60%	0.14%	482.64
	4	0.53%	0.61%	0.71%	0.18%	430.00
	5	0.89%	0.97%	1.04%	0.16%	412.24
	<b>Média</b>	0.71%	0.81%	0.90%	0.19%	424.08

Apesar de nos testes intermédios utilizarem-se algumas instâncias com 10 itens, chegou-se à conclusão que não é este tipo de instâncias que se pretende resolver utilizando métodos heurísticos já que estas instâncias podem ser resolvidas recorrendo a métodos exatos em menos de 10 segundos na generalidade dos casos. Pela razão apresentada, este tipo de instâncias não foi considerada nos resultados finais.

Para verificar se alguma das hierarquias é significativamente diferente das outras, pela positiva ou negativa, foi efetuado um teste de comparação de médias às amostras obtidas para cada uma das hierarquias sendo essas amostras compostas pelos valores de *gap*. Como as amostras são consideradas grandes amostras aplicou-se o teste *T* considerando a igualdade de variâncias (testado utilizando o teste *F*) e verificou-se que, para um nível de significância de 5%, os valores médios das amostras são iguais. Desta forma, não há nenhuma hierarquia que produza resultados significativamente diferentes das outras.

Esperava-se que a hierarquia 1 se comportasse melhor devido às características das instâncias de teste. Contudo, de acordo com os resultados obtidos, isso não acontece, uma vez que a pesquisa local uniformizou os resultados das várias hierarquias. Mesmo partindo de más soluções (com todos os mercados) a pesquisa local consegue atingir soluções com valor próximo do ótimo. No entanto, observando os resultados intermédios apresentados na secção anterior onde não se aplica o procedimento de pesquisa local, verificava-se que existia uma grande diferença entre os resultados produzidos pelas várias hierarquias. A hierarquia 1 produzia melhores resultados (9.59%), como seria esperado, seguida da hierarquia 2 (13.80%) e a hierarquia que produzia piores resultados era a 3 (15.14%).

Utilizando a hierarquia 1 foi possível obter o valor ótimo em 9 das 75 instâncias de testes, recorrendo à hierarquia 2 atingiu-se o valor ótimo em 8 instâncias e usando a hierarquia 3 encontrou-se o valor ótimo em 10 instâncias.



Hierarquia	Número de Itens		
	50	100	200
1	0.87%	0.48%	0.43%
2	0.90%	0.50%	0.44%
3	0.92%	0.48%	0.44%

Tabela 4.19: *Gap* médio das instâncias com o mesmo número de itens

Analisando as médias para cada combinação de número de mercados e itens em estudo verifica-se que os pares cujas médias são mais elevadas correspondem aos 200.50 e 300.50. São os únicos casos onde a média de *gap* obtida é superior a 1%. Esta pioria dos resultados deve-se à diferença entre o número de itens que se pretende adquirir e o número de mercados onde isso pode ser feito - o número de mercados é muito maior em comparação. As rotas ótimas são pequenas (contendo entre 10 e 20 mercados) e existem muitos mercados que podem fazer parte delas. Apesar disso, tendo em conta que os métodos utilizados são heurísticos e o tempo de resolução, os resultados são satisfatórios dado que são baseados em médias de 25 elementos.

Observando as tabelas de resultados, e a de valores ótimos apresentada na secção 2 deste capítulo, verifica-se que instâncias com o mesmo número de itens têm valores ótimos na mesma gama de valores. Os valores ótimos das instâncias são proporcionais ao número de itens que se pretende adquirir e independentes do número de mercados. Desta forma, na tabela 4.19 estão presentes as médias de *gap* obtidas agrupando todas as instâncias com o mesmo número de itens.

É interessante reparar que o valor do *gap* é inversamente proporcional ao número de itens em todas as hierarquias. Desta forma, os métodos heurísticos desenvolvidos aparentam produzir soluções com o valor mais próximo do valor ótimo nas instâncias cuja resolução é mais difícil - instâncias com um elevado número de itens. Contudo, é importante notar que a ordem de grandeza dos valores ótimos das instâncias é diferente dependendo do número de itens das mesmas, pelo que as soluções heurísticas no caso das instâncias com 50 mercados podem estar tão próximas (em valor absoluto) do valor ótimo relativamente às outras instâncias mas o *gap* obtido é superior.

Atentando às médias do valor máximo de *range* verificam-se que estas variam entre 0.08% e 0.53%. Estes resultados são bons dado que, mais uma vez, estão a ser consideradas médias de valores. Não há evidência que exista mais variabilidade num dos métodos em relação aos outros. No que diz respeito às instâncias, a que apresenta uma média superior na hierarquia 1 e 2 é a instância 75.50 e na hierarquia 3 é a instância 300.50; todas elas têm em comum o número de itens. Desta forma, é possível concluir que qualquer um dos métodos apresentados é

robusto sendo capaz de produzir soluções de boa qualidade consistentemente, principalmente para instâncias com um número de itens elevado.

Comparando as médias dos tempos de obtenção dos valores ótimos apresentados na tabela 4.2 com os tempos de execução das várias meta-heurísticas facilmente se conclui que para todas as instâncias com 50 mercados e para as instâncias 75.50, 75.100 e 100.50 as médias dos tempos de obtenção dos valores ótimos são inferiores ao tempo despendido pelos métodos heurísticos. Mais uma vez se reforça a ideia que a principal utilidade dos métodos heurísticos propostos é a resolução de instâncias com um elevado número de mercados e itens (instâncias onde as meta-heurísticas produzem melhores resultados).

Relembre-se os métodos de resolução do PTPSC apresentados por Riera-Ledesma *et al.* [14] e Gouveia *et al.* [6], bem como as instâncias utilizadas, referidos na secção 4.1. Todas as meta-heurísticas desenvolvidas obtiveram uma solução para as instâncias que os referidos métodos não resolveram. Em particular, utilizando a hierarquia 3 para as instâncias 200.200 obteve-se um desvio máximo de 0.63% em, aproximadamente, 326.75 segundos e ainda foi possível resolver todas as instâncias com 300 mercados em menos de 650 segundos, atingindo um desvio máximo de 0.90%. No que diz respeito às instâncias com 50 mercados, o método exato baseado no modelo de PLIM apresentado na secção 2.2.1 é mais vantajoso quando comparado com os métodos heurísticos propostos, não só em termos da qualidade das soluções como também em termos de tempo computacional, como já foi referido. Este método exato também é mais vantajoso quando comparado com o método apresentado em [6] no que diz respeito ao consumo dos recursos computacionais, nomeadamente tempo computacional e memória necessários.

O único aspeto em que as hierarquias diferem é no tempo de execução. Observando a tabela verifica-se que o tempo de execução da hierarquia 2 é dominado pelos tempos de execução das hierarquias 1 e 3 e, por sua vez, o tempo de execução da hierarquia 3 é dominado pelo tempo de execução da hierarquia 1. Desta forma, para qualquer instância a hierarquia 1 é aquela que produz resultados mais rapidamente. Isto acontece porque a dimensão dos cromossomas representativos da hierarquia 1 é bastante inferior à das restantes hierarquias e o processo de decodificação das soluções é simples. Atentando ao exemplo ilustrativo apresentado no capítulo 2, o cromossoma representativo da hierarquia 1 tem dimensão 5, a dimensão de um cromossoma da hierarquia 2 é 10 e, por fim, um cromossoma que codifica a hierarquia 3 tem dimensão 14. Quanto maior for a instância (número de itens e mercados) mais significativa é esta diferença de dimensões. Apesar do cromossoma representativo da hierarquia 3 ter um tamanho superior ao da hierarquia 2 o procedimento da última hierarquia é mais demorado. Isto acontece porque na hierarquia 2 é necessário utilizar uma

heurística construtiva para determinar a rota, enquanto na hierarquia 3 toda esta informação se encontra presente no cromossoma. O tempo de execução é proporcional ao número de itens. Fixando o número de itens, o tempo de execução é proporcional ao número de mercados sendo este aumento menos acentuado que no número de itens.

Assim, a hierarquia 1 é a aconselhada, não porque produza resultados melhores que as outras ao contrário do que se pensava no início desta dissertação, mas porque é a mais eficiente.



## Capítulo 5

# Conclusões

Neste último capítulo começa-se por resumir o trabalho elaborado ao longo desta dissertação e por apresentar as conclusões finais do estudo efetuado.

Na segunda secção são referidas algumas sugestões de trabalho futuro a realizar de forma a complementar o que já foi feito.

### 5.1 Conclusões Principais

Esta dissertação teve como foco principal o problema do *traveling purchaser* sem capacidade que consiste em adquirir uma cópia de cada item de uma lista num determinado subconjunto de mercados, partindo de um depósito. Existem custos de deslocação entre os vários mercados e de aquisição dos itens, pretendendo-se estabelecer um circuito que comece e acabe no depósito, que contenha mercados de forma a ser possível adquirir todos os itens da lista e que seja de custo mínimo.

O PTPSC foi modelado em programação linear inteira mista, tendo sido utilizadas variáveis de fluxo para modelar a conexidade da rota. Com este modelo obteve-se os valores ótimos das instâncias de referência utilizadas como instâncias de teste, dado que estes eram desconhecidos.

Foram estudados três procedimentos heurísticos para resolver o PTPSC todos eles compostos por um algoritmo genético, que variava consoante a hierarquia subjacente ao procedimento em questão, e um método de pesquisa local. Dado que para se obter uma solução para o PTPSC é necessário tomar duas decisões - a rota a seguir e onde os itens serão adquiridos -, nas várias hierarquias foram atribuídos graus de importância diferentes a estas decisões. Na hierarquia 1 a primeira decisão a ser tomada é a rota a seguir, a aquisição dos itens é a decisão que assume uma maior importância na hierarquia 2 e na hierarquia 3 as duas decisões são tomadas em simultâneo. O procedimento de pesquisa local é

baseado em técnicas de *add* e *drop* e numa noção de vizinhança.

Foram criadas e testadas inúmeras variantes dos procedimentos até se alcançarem resultados satisfatórios. Os procedimentos apresentados nos resultados finais foram aqueles que produziram os melhores resultados. Analisando os resultados finais conclui-se que todos os métodos produzem soluções com a mesma qualidade situando-se estas a menos de 1% do valor ótimo, na generalidade dos casos. Esta igualdade de resultados deve-se à aplicação do procedimento de pesquisa local desenvolvido, no entanto, em termos de eficiência, os algoritmos são distintos. O algoritmo *Rota* é o mais rápido, seguindo-se do algoritmo *Completo* e por fim, o menos eficiente, o algoritmo *Aquisição*. Com as meta-heurísticas apresentadas foi possível resolver instâncias que não eram resolvidas por outros autores, ver [14] e [6]. Com exceção das instâncias pequenas, que são bem resolvidas pelos métodos exatos, o tempo computacional despendido pelas meta-heurísticas é muito inferior ao requerido pelos métodos apresentados na literatura. Atentando aos valores médios obtidos para o *gap*, pode concluir-se que as meta-heurísticas desenvolvidas permitem obter soluções de boa qualidade para o PTPSC num tempo computacional razoável.

## 5.2 Trabalho Futuro

Os algoritmos desenvolvidos no âmbito desta dissertação foram implementados e executados utilizando uma linguagem interpretada (o MATLAB) pelo que o seu tempo de execução poderia ser diminuído utilizando uma linguagem não interpretada, isto é, onde não seja feita a compilação e execução do código simultaneamente.

Seria interessante fazer um estudo do problema considerando diferentes pesos na função objetivo, ou seja, considerando  $\alpha \sum_{i \in M_1, k \in K} d_{ki} y_{ki} + \beta \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij}$ . No caso em estudo na presente dissertação tinha-se  $\alpha = \beta = 1$  e, devido às características das instâncias de teste, a melhor hierarquia, sem aplicar a pesquisa local, era a 1 que atribuía um grau de importância superior à rota. Experimentou-se na instância 50.10.1 alterar o valor de  $\alpha$  para 10 e manter o valor de  $\beta$ , isto é, os custos de aquisição foram multiplicados por 10 e aplicaram-se os algoritmos genéticos desenvolvidos. A solução mais próxima da ótima foi obtida com recurso à hierarquia 2, uma vez que neste caso é a aquisição dos itens que assume uma importância maior. Desta forma, pode ser interessante como trabalho futuro verificar quais hierarquias são melhores dependendo da relação de grandeza entre os custos de deslocação e os custos de aquisição.

Aquando da criação dos procedimentos *MH1* e *MH2*, foi perceptível que nas populações finais dos algoritmos genéticos existia pouca diversidade. Desta forma, seria do maior interesse desenvolver um procedimento que impedisse a

repetição de soluções garantindo a existência de uma população variada em qualquer fase do processo. Contudo, é possível que a utilização deste método de seleção leve à perda de eficiência dos métodos heurísticos desenvolvidos.

Seria também interessante resolver instâncias já estudadas por outros autores de forma a ser possível comparar o comportamento das heurísticas desenvolvidas com outros métodos. Existem várias classes de instâncias geradas usando o mesmo gerador que as instâncias de teste utilizadas nesta dissertação. Assim, no futuro, também se pretende aplicar as meta-heurísticas às várias classes de instâncias existentes.

Como o PTP tem inúmeras aplicações reais e variantes seria vantajoso verificar qual o comportamento das heurísticas desenvolvidas perante instâncias reais e adicionar ferramentas às mesmas de forma a que estas possam resolver qualquer variante do problema.

As melhorias sugeridas apenas pretendem tornar os algoritmos mais eficientes e/ou versáteis, capazes de lidar com qualquer tipo de variante do PTP e poderem resolver problemas reais. Os métodos desenvolvidos nesta dissertação parecem ser um bom ponto de partida para atingir os objetivos propostos.





# Referências

- [1] Boctor, F., Laporte, G. and Renaud, J., Heuristics for the traveling purchaser problem, *Computers & Operations Research*, 2003, 30, 491-504.
- [2] Bontoux, B. and Feillet, D., Ant colony optimization for the traveling purchaser problem, *Computers & Operations Research*, 2008, 35, 628-637.
- [3] Goerler, A., Schulte, F. and Voss, S., An Application of Late Acceptance Hill-Climbing to the Traveling Purchaser Problem, D. Pacino, S. Voss and R.M. Jensen (eds): *Computational Logistics*, 2013, LNCS 8197, 173-183.
- [4] Goldbarg, M. C., Bagi, L. B. and Goldbarg, E. F. G., Transgenetic algorithm for the Traveling Purchaser Problem, *European Journal of Operational Research*, 2009, 199, 36-45.
- [5] Gonçalves, J. F. and Resende, M. G. C., Biased random-key genetic algorithms for combinatorial optimization, *Journal of Heuristics*, 2011, 17, 487-525.
- [6] Gouveia, L., Paias, A. and Voss, S., Models for a traveling purchaser problem with additional side-constraints, *Computers & Operations Research*, 2011, 38, 550-558.
- [7] Laporte, G., Riera-Ledesma, R. and Salazar-González, J. J., A branch-and-cut algorithm for the undirected traveling purchaser problem, *Operations Research*, 2003, 51, 940-951.
- [8] Mansini, R. and Tocchella, B., The traveling purchaser problem with budget constraint, *Computers & Operations Research*, 2009, 36, 2263-2274.
- [9] Marta, M., Murta, A., Paias, A. and Wise, L., Routing in fishery research: a metaheuristic approach, *Centro de Investigação Operacional da Universidade de Lisboa*, Working paper 3, 2015..
- [10] Morán-Mirabal, L. F., González-Velarde, J. L. and Resende, M. G. C., Randomized heuristics for the family traveling salesperson problem, *International Transactions in Operational Research*, 2014, 21, 41-57.

- [11] Pearn, W. L. and Chien, R. C., Improved solutions for the traveling purchaser problem, *Computers & Operations Research*, 1198, 25, 879-885.
- [12] Riera-Ledesma, R. and Salazar-González, J. J., The biobjective traveling purchaser problem, *European Journal of Operational Research*, 2005, 160, 599-613.
- [13] Riera-Ledesma, R. and Salazar-González, J. J., A heuristic approach for the Traveling Purchaser Problem, *European Journal of Operational Research*, 2005, 162, 142-152.
- [14] Riera-Ledesma, R. and Salazar-González, J. J., Solving the asymmetric traveling purchaser problem, *Annals of Operations Research*, 2006, 144, 83-97.
- [15] Riera-Ledesma, R. and Salazar-González, J. J., Solving school bus routing using the multiple vehicle traveling purchaser problem: A branch-and-cut approach, *Computers & Operations Research*, 2012, 39, 391-404.
- [16] Singh, K. N. and van Oudheusden, D. L., A branch and bound algorithm for the traveling purchaser problem, *European Journal of Operational Research*, 1997, 97, 571-579.
- [17] Teeninga, A. and Volgenant, A., Improved heuristics for the traveling purchaser problem, *Computers & Operations Research*, 2004, 31, 139-150.
- [18] Voss, S., Meta-heuristics: The State of the Art, *Local Search for Planning and Scheduling*, 2001, 2148, 1-23.
- [19] <http://webpages.ull.es/users/jriera/TPP.htm>

## Apêndice A

# Resultados Completos

No corrente capítulo o leitor pode consultar, em detalhe, todos os testes computacionais efetuados no decorrer desta dissertação. Na primeira linha das tabelas encontra-se a designação do algoritmo utilizado para obter as soluções apresentadas na mesma. Na primeira coluna encontra-se a identificação da instância representada na forma  $i.j.k$  sendo  $i$  o número de mercados,  $j$  o número de itens e  $k$  o número da instância. Na coluna designada por  $Z(x^*)$  encontra-se o valor ótimo da instância. Nas colunas  $Z(x)$  são apresentadas as soluções obtidas recorrendo ao método heurístico apresentado na primeira linha da tabela e, por fim, nas colunas  $Gap$  é apresentado o valor do  $gap$  heurístico.

### A.1 Teste ao número de iterações

Nesta secção serão apresentadas três tabelas, A.1, A.2 e A.3, que correspondem a realizar 1500, 5000 e 10000 iterações, respetivamente, dos algoritmos genéticos  $AG$  para as várias hierarquias em estudo.

Os parâmetros utilizados foram:

- ◊ Dimensão da população ( $n$ ) - 20
- ◊ Número de indivíduos no torneio ( $T$ ) - 4
- ◊ Número de indivíduos substituídos na população ( $r$ ) - 4
- ◊ Probabilidade de mutação ( $p_m$ ) - 0.01

Tabela A.1: Resultados obtidos aplicando os procedimentos *AG* às várias hierarquias em estudo realizando 1500 iterações

Instância	$Z(x^*)$	<i>AG – Rota</i>		<i>AG – Aquisição</i>		<i>AG – Completo</i>	
		$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap
50.10.1	268	276	2.99%	364	35.82%	349	30.22%
50.10.2	287	292	1.74%	349	21.60%	354	23.34%
50.10.3	277	331	19.49%	367	32.49%	396	42.96%
50.10.4	293	304	3.75%	365	24.57%	377	28.67%
50.10.5	300	310	3.33%	344	14.67%	344	14.67%
50.50.1	1204	1346	11.79%	1554	29.07%	1653	37.29%
50.50.2	1229	1638	33.28%	1610	31.00%	1716	39.63%
50.50.3	1239	1444	16.55%	1588	28.17%	1683	35.84%
50.50.4	1219	1345	10.34%	1568	28.63%	1788	46.68%
50.50.5	1225	1291	5.39%	1622	32.41%	1711	39.67%
50.100.1	2322	2483	6.93%	2994	28.94%	3200	37.81%
50.100.2	2325	2577	10.84%	2953	27.01%	3136	34.88%
50.100.3	2319	2559	10.35%	3092	33.33%	3196	37.82%
50.100.4	2339	2525	7.95%	2965	26.76%	3296	40.91%
50.100.5	2296	2493	8.58%	2971	29.40%	3252	41.64%
50.200.1	4442	4589	3.31%	5597	26.00%	5793	30.41%
50.200.2	4454	4807	7.93%	5598	25.68%	5864	31.66%
50.200.3	4462	4637	3.92%	5585	25.17%	5870	31.56%
50.200.4	4456	4678	4.98%	5565	24.89%	5721	28.39%
50.200.5	4439	4773	7.52%	5572	25.52%	5805	30.77%
75.10.1	293	316	7.85%	399	36.18%	433	47.78%
75.10.2	285	318	11.58%	367	28.77%	406	42.46%
75.10.3	286	317	10.84%	357	24.83%	379	32.52%
75.10.4	301	366	21.59%	374	24.25%	425	41.20%
75.10.5	302	415	37.42%	365	20.86%	367	21.52%
75.50.1	1190	1303	9.50%	1641	37.90%	1888	58.66%
75.50.2	1220	1411	15.66%	1705	39.75%	1762	44.43%
75.50.3	1243	1861	49.72%	1634	31.46%	1818	46.26%
75.50.4	1201	1294	7.74%	1623	35.14%	1901	58.28%
75.50.5	1183	1340	13.27%	1704	44.04%	1781	50.55%
75.100.1	2279	2496	9.52%	3145	38.00%	3283	44.05%
75.100.2	2309	2728	18.15%	3077	33.26%	3481	50.76%
75.100.3	2304	3068	33.16%	3094	34.29%	3372	46.35%
75.100.4	2281	2528	10.83%	3191	39.89%	3535	54.98%
75.100.5	2264	2405	6.23%	3226	42.49%	3365	48.63%
75.200.1	4438	4769	7.46%	5838	31.55%	6120	37.90%
75.200.2	4468	4720	5.64%	5800	29.81%	6215	39.10%
75.200.3	4462	5041	12.98%	5859	31.31%	6121	37.18%
75.200.4	4464	5217	16.87%	5866	31.41%	6195	38.78%
75.200.5	4425	5047	14.06%	5843	32.05%	6276	41.83%
100.10.1	288	319	10.76%	395	37.15%	404	40.28%
100.10.2	279	297	6.45%	369	32.26%	392	40.50%
100.10.3	284	316	11.27%	355	25.00%	391	37.68%
100.10.4	309	428	38.51%	392	26.86%	415	34.30%
100.10.5	302	379	25.50%	401	32.78%	411	36.09%
100.100.1	2296	2574	12.11%	3376	47.04%	3642	58.62%
100.100.2	2292	2605	13.66%	3349	46.12%	3583	56.33%
100.100.3	2296	2654	15.59%	3336	45.30%	3529	53.70%
100.100.4	2287	2604	13.86%	3245	41.89%	3488	52.51%
100.100.5	2293	2515	9.68%	3230	40.86%	3674	60.23%

Tabela A.2: Resultados obtidos aplicando os procedimentos *AG* às várias hierarquias em estudo realizando 5000 iterações

Instância	$Z(x^*)$	<i>AG – Rota</i>		<i>AG – Aquisição</i>		<i>AG – Completo</i>	
		$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap
50.10.1	268	273	1.87%	348	29.85%	352	31.34%
50.10.2	287	292	1.74%	331	15.33%	364	26.83%
50.10.3	277	283	2.17%	329	18.77%	343	23.83%
50.10.4	293	302	3.07%	349	19.11%	357	21.84%
50.10.5	300	302	0.67%	312	4.00%	345	15.00%
50.50.1	1204	1318	9.47%	1588	31.89%	1622	34.72%
50.50.2	1229	1356	10.33%	1540	25.31%	1636	33.12%
50.50.3	1239	1411	13.88%	1537	24.05%	1662	34.14%
50.50.4	1219	1335	9.52%	1539	26.25%	1568	28.63%
50.50.5	1225	1291	5.39%	1533	25.14%	1618	32.08%

Continua na próxima página

Tabela A.2

Instância	$Z(x^*)$	<i>AG – Rota</i>		<i>AG – Aquisição</i>		<i>AG – Completo</i>	
		$Z(x)$	<i>Gap</i>	$Z(x)$	<i>Gap</i>	$Z(x)$	<i>Gap</i>
50.100.1	2322	2483	6.93%	2932	26.27%	3065	32.00%
50.100.2	2325	2546	9.51%	2898	24.65%	3137	34.92%
50.100.3	2319	2488	7.29%	2978	28.42%	3012	29.88%
50.100.4	2339	2505	7.10%	2912	24.50%	3050	30.40%
50.100.5	2296	2468	7.49%	2901	26.35%	3074	33.89%
50.200.1	4442	4574	2.97%	5502	23.86%	5695	28.21%
50.200.2	4454	4738	6.38%	5454	22.45%	5715	28.31%
50.200.3	4462	4613	3.38%	5482	22.86%	5760	29.09%
50.200.4	4456	4672	4.85%	5537	24.26%	5791	29.96%
50.200.5	4439	4713	6.17%	5469	23.20%	5843	31.63%
75.10.1	293	314	7.17%	374	27.65%	356	21.50%
75.10.2	285	307	7.72%	356	24.91%	362	27.02%
75.10.3	286	302	5.59%	394	37.76%	337	17.83%
75.10.4	301	326	8.31%	350	16.28%	374	24.25%
75.10.5	302	327	8.28%	354	17.22%	378	25.17%
75.50.1	1190	1271	6.81%	1664	39.83%	1842	54.79%
75.50.2	1220	1397	14.51%	1598	30.98%	1622	32.95%
75.50.3	1243	1838	47.87%	1561	25.58%	1660	33.55%
75.50.4	1201	1264	5.25%	1598	33.06%	1782	48.38%
75.50.5	1183	1340	13.27%	1625	37.36%	1861	57.31%
75.100.1	2279	2496	9.52%	3134	37.52%	3237	42.04%
75.100.2	2309	2694	16.67%	3051	32.14%	3422	48.20%
75.100.3	2304	3009	30.60%	3042	32.03%	3400	47.57%
75.100.4	2281	2460	7.85%	3167	38.84%	3371	47.79%
75.100.5	2264	2382	5.21%	3088	36.40%	3250	43.55%
75.200.1	4438	4717	6.29%	5840	31.59%	6261	41.08%
75.200.2	4468	4711	5.44%	5796	29.72%	6263	40.17%
75.200.3	4462	4938	10.67%	5778	29.49%	6175	38.39%
75.200.4	4464	5192	16.31%	5767	29.19%	6259	40.21%
75.200.5	4425	4924	11.28%	5736	29.63%	6190	39.89%
100.10.1	288	319	10.76%	377	30.90%	436	51.39%
100.10.2	279	288	3.23%	359	28.67%	407	45.88%
100.10.3	284	310	9.15%	331	16.55%	430	51.41%
100.10.4	309	428	38.51%	382	23.62%	394	27.51%
100.10.5	302	379	25.50%	406	34.44%	362	19.87%
100.100.1	2296	2435	6.05%	3287	43.16%	3602	56.88%
100.100.2	2292	2533	10.51%	3163	38.00%	3557	55.19%
100.100.3	2296	2572	12.02%	3107	35.32%	3316	44.43%
100.100.4	2287	2455	7.35%	3026	32.31%	3408	49.02%
100.100.5	2293	2514	9.64%	3278	42.96%	3496	52.46%

Tabela A.3: Resultados obtidos aplicando os procedimentos *AG* às várias hierarquias em estudo realizando 10000 iterações

Instância	$Z(x^*)$	<i>AG – Rota</i>		<i>AG – Aquisição</i>		<i>AG – Completo</i>	
		$Z(x)$	<i>Gap</i>	$Z(x)$	<i>Gap</i>	$Z(x)$	<i>Gap</i>
50.10.1	268	273	1.87%	348	29.85%	336	25.37%
50.10.2	287	292	1.74%	328	14.29%	375	30.66%
50.10.3	277	283	2.17%	325	17.33%	356	28.52%
50.10.4	293	297	1.37%	329	12.29%	347	18.43%
50.10.5	300	302	0.67%	324	8.00%	344	14.67%
50.50.1	1204	1318	9.47%	1525	26.66%	1536	27.57%
50.50.2	1229	1346	9.52%	1549	26.04%	1644	33.77%
50.50.3	1239	1342	8.31%	1445	16.63%	1577	27.28%
50.50.4	1219	1335	9.52%	1539	26.25%	1525	25.10%
50.50.5	1225	1291	5.39%	1560	27.35%	1522	24.24%
50.100.1	2322	2467	6.24%	2811	21.06%	3047	31.22%
50.100.2	2325	2539	9.20%	2881	23.91%	3033	30.45%
50.100.3	2319	2481	6.99%	2839	22.42%	2989	28.89%
50.100.4	2339	2458	5.09%	2907	24.28%	3020	29.12%
50.100.5	2296	2429	5.79%	2755	19.99%	2990	30.23%
50.200.1	4442	4556	2.57%	5436	22.38%	5641	26.99%
50.200.2	4454	4732	6.24%	5391	21.04%	5590	25.51%
50.200.3	4462	4612	3.36%	5423	21.54%	5583	25.12%
50.200.4	4456	4646	4.26%	5536	24.24%	5656	26.93%
50.200.5	4439	4679	5.41%	5391	21.45%	5603	26.22%
75.10.1	293	308	5.12%	364	24.23%	373	27.30%
75.10.2	285	307	7.72%	334	17.19%	373	30.88%
75.10.3	286	296	3.50%	341	19.23%	379	32.52%

Continua na próxima página

Tabela A.3

Instância	$Z(x^*)$	$AG - Rota$		$AG - Aquisição$		$AG - Completo$	
		$Z(x)$	$Gap$	$Z(x)$	$Gap$	$Z(x)$	$Gap$
75.10.4	301	321	6.64%	398	32.23%	361	19.93%
75.10.5	302	327	8.28%	373	23.51%	374	23.84%
75.50.1	1190	1239	4.12%	1567	31.68%	1670	40.34%
75.50.2	1220	1366	11.97%	1643	34.67%	1770	45.08%
75.50.3	1243	1767	42.16%	1603	28.96%	1600	28.72%
75.50.4	1201	1263	5.16%	1642	36.72%	1739	44.80%
75.50.5	1183	1322	11.75%	1612	36.26%	1695	43.28%
75.100.1	2279	2496	9.52%	3124	37.08%	3259	43.00%
75.100.2	2309	2649	14.72%	2979	29.02%	3274	41.79%
75.100.3	2304	2984	29.51%	3044	32.12%	3181	38.06%
75.100.4	2281	2423	6.23%	3092	35.55%	3241	42.09%
75.100.5	2264	2376	4.95%	3071	35.64%	3348	47.88%
75.200.1	4438	4706	6.04%	5782	30.28%	6020	35.65%
75.200.2	4468	4700	5.19%	5665	26.79%	5996	34.20%
75.200.3	4462	4905	9.93%	5826	30.57%	6190	38.73%
75.200.4	4464	5159	15.57%	5724	28.23%	6154	37.86%
75.200.5	4425	4891	10.53%	5851	32.23%	6146	38.89%
100.10.1	288	317	10.07%	382	32.64%	358	24.31%
100.10.2	279	288	3.23%	348	24.73%	367	31.54%
100.10.3	284	310	9.15%	362	27.46%	380	33.80%
100.10.4	309	391	26.54%	362	17.15%	398	28.80%
100.10.5	302	372	23.18%	387	28.15%	364	20.53%
100.100.1	2296	2432	5.92%	3205	39.59%	3425	49.17%
100.100.2	2292	2519	9.90%	3176	38.57%	3394	48.08%
100.100.3	2296	2572	12.02%	3182	38.59%	3476	51.39%
100.100.4	2287	2442	6.78%	3157	38.04%	3421	49.58%
100.100.5	2293	2493	8.72%	3221	40.47%	3455	50.68%

## A.2 Aplicação do procedimento $EMV$

Na corrente secção são apresentados os resultados obtidos aplicando o procedimento  $EMV$  ao algoritmo  $AG - Rota$ . Os parâmetros utilizados foram os apresentados na secção anterior e foram efetuadas 10000 iterações dos procedimentos em causa.

Tabela A.4: Resultados obtidos aplicando o procedimento  $AG1$  e o procedimento  $AG1 + EMV$

Instância	$Z(x^*)$	$AG - Rota$		$AG - Rota + EMV$	
		$Z(x)$	$Gap$	$Z(x)$	$Gap$
50.10.1	268	273	1.87%	280	4.48%
50.10.2	287	292	1.74%	300	4.53%
50.10.3	277	283	2.17%	297	7.22%
50.10.4	293	297	1.37%	294	0.34%
50.10.5	300	302	0.67%	319	6.33%
50.50.1	1204	1318	9.47%	1275	5.90%
50.50.2	1229	1346	9.52%	1324	7.73%
50.50.3	1239	1342	8.31%	1460	17.84%
50.50.4	1219	1335	9.52%	1380	13.21%
50.50.5	1225	1291	5.39%	1278	4.33%
50.100.1	2322	2467	6.24%	2580	11.11%
50.100.2	2325	2539	9.20%	2461	5.85%
50.100.3	2319	2481	6.99%	2550	9.96%
50.100.4	2339	2458	5.09%	2496	6.71%
50.100.5	2296	2429	5.79%	2456	6.97%
50.200.1	4442	4556	2.57%	4678	5.31%
50.200.2	4454	4732	6.24%	4700	5.52%
50.200.3	4462	4612	3.36%	4698	5.29%
50.200.4	4456	4646	4.26%	4703	5.54%
50.200.5	4439	4679	5.41%	4860	9.48%

Continua na próxima página

Tabela A.4

Instância	$Z(x^*)$	$AG - Rota$		$AG - Rota + EMV$	
		$Z(x)$	$Gap$	$Z(x)$	$Gap$
75.10.1	293	308	5.12%	332	13.31%
75.10.2	285	307	7.72%	320	12.28%
75.10.3	286	296	3.50%	305	6.64%
75.10.4	301	321	6.64%	369	22.59%
75.10.5	302	327	8.28%	331	9.60%
75.50.1	1190	1239	4.12%	1292	8.57%
75.50.2	1220	1366	11.97%	1319	8.11%
75.50.3	1243	1767	42.16%	1395	12.23%
75.50.4	1201	1263	5.16%	1241	3.33%
75.50.5	1183	1322	11.75%	1391	17.58%
75.100.1	2279	2496	9.52%	2427	6.49%
75.100.2	2309	2649	14.72%	2629	13.86%
75.100.3	2304	2984	29.51%	2685	16.54%
75.100.4	2281	2423	6.23%	2394	4.95%
75.100.5	2264	2376	4.95%	2462	8.75%
75.200.1	4438	4706	6.04%	5023	13.18%
75.200.2	4468	4700	5.19%	4989	11.66%
75.200.3	4462	4905	9.93%	4847	8.63%
75.200.4	4464	5159	15.57%	4933	10.51%
75.200.5	4425	4891	10.53%	4690	5.99%
100.10.1	288	317	10.07%	307	6.60%
100.10.2	279	288	3.23%	306	9.68%
100.10.3	284	310	9.15%	305	7.39%
100.10.4	309	391	26.54%	347	12.30%
100.10.5	302	372	23.18%	339	12.25%
100.100.1	2296	2432	5.92%	2729	18.86%
100.100.2	2292	2519	9.90%	2765	20.64%
100.100.3	2296	2572	12.02%	2561	11.54%
100.100.4	2287	2442	6.78%	2584	12.99%
100.100.5	2293	2493	8.72%	3639	58.70%

### A.3 Teste à probabilidade de mutação

Na presente secção são apresentados os resultados completos do teste efetuado à probabilidade de mutação. Os parâmetros utilizados são os apresentados na secção A.1 à exceção da probabilidade de mutação que agora é 0.1. Os resultados apresentados foram obtidos realizando 1500 iterações dos algoritmos  $AG$ .

Tabela A.5: Aplicação dos algoritmos  $AG$  às várias hierarquias em estudo com uma probabilidade de mutação de 0.1

Instância	$Z(x^*)$	$AG - Rota$		$AG - Aquisição$		$AG - Completo$	
		$Z(x)$	$Gap$	$Z(x)$	$Gap$	$Z(x)$	$Gap$
50.10.1	268	290	8.21%	346	29.10%	313	16.79%
50.10.2	287	295	2.79%	332	15.68%	346	20.56%
50.10.3	277	281	1.44%	310	11.91%	323	16.61%
50.10.4	293	308	5.12%	338	15.36%	347	18.43%
50.10.5	300	335	11.67%	339	13.00%	327	9.00%
50.50.1	1204	1317	9.39%	1498	24.42%	1558	29.40%
50.50.2	1229	1373	11.72%	1456	18.47%	1471	19.69%
50.50.3	1239	1380	11.38%	1461	17.92%	1519	22.60%
50.50.4	1219	1260	3.36%	1510	23.87%	1500	23.05%
50.50.5	1225	1273	3.92%	1463	19.43%	1483	21.06%
50.100.1	2322	2475	6.59%	2853	22.87%	2971	27.95%
50.100.2	2325	2634	13.29%	2841	22.19%	2996	28.86%
50.100.3	2319	2424	4.53%	2788	20.22%	2987	28.81%
50.100.4	2339	2477	5.90%	2897	23.86%	2974	27.15%
50.100.5	2296	2386	3.92%	2842	23.78%	2987	30.10%
50.200.1	4442	4577	3.04%	5413	21.86%	5642	27.01%
50.200.2	4454	4628	3.91%	5405	21.35%	5631	26.43%
50.200.3	4462	4627	3.70%	5392	20.84%	5548	24.34%
50.200.4	4456	4610	3.46%	5354	20.15%	5628	26.30%

Continua na próxima página

Tabela A.5

Instância	$Z(x^*)$	<i>AG – Rota</i>		<i>AG – Aquisição</i>		<i>AG – Completo</i>	
		$Z(x)$	<i>Gap</i>	$Z(x)$	<i>Gap</i>	$Z(x)$	<i>Gap</i>
50.200.5	4439	4755	7.12%	5338	20.25%	5476	23.36%
75.10.1	293	316	7.85%	361	23.21%	344	17.41%
75.10.2	285	330	15.79%	339	18.95%	338	18.60%
75.10.3	286	297	3.85%	329	15.03%	349	22.03%
75.10.4	301	355	17.94%	373	23.92%	365	21.26%
75.10.5	302	333	10.26%	344	13.91%	384	27.15%
75.50.1	1190	1271	6.81%	1579	32.69%	1611	35.38%
75.50.2	1220	1320	8.20%	1526	25.08%	1573	28.93%
75.50.3	1243	1816	46.10%	1568	26.15%	1665	33.95%
75.50.4	1201	1287	7.16%	1570	30.72%	1614	34.39%
75.50.5	1183	1226	3.63%	1580	33.56%	1699	43.62%
75.100.1	2279	2394	5.05%	3003	31.77%	3221	41.33%
75.100.2	2309	2590	12.17%	3023	30.92%	3089	33.78%
75.100.3	2304	3100	34.55%	2952	28.13%	3120	35.42%
75.100.4	2281	2443	7.10%	3032	32.92%	3086	35.29%
75.100.5	2264	2354	3.98%	3027	33.70%	3158	39.49%
75.200.1	4438	4627	4.26%	5696	28.35%	6170	39.03%
75.200.2	4468	4974	11.32%	5647	26.39%	5967	33.55%
75.200.3	4462	4772	6.95%	5765	29.20%	6114	37.02%
75.200.4	4464	4871	9.12%	5644	26.43%	6032	35.13%
75.200.5	4425	4567	3.21%	5806	31.21%	6058	36.90%
100.10.1	288	327	13.54%	354	22.92%	345	19.79%
100.10.2	279	315	12.90%	368	31.90%	351	25.81%
100.10.3	284	327	15.14%	338	19.01%	349	22.89%
100.10.4	309	345	11.65%	380	22.98%	374	21.04%
100.10.5	302	345	14.24%	348	15.23%	356	17.88%
100.100.1	2296	2444	6.45%	3039	32.36%	3416	48.78%
100.100.2	2292	2634	14.92%	3131	36.61%	3342	45.81%
100.100.3	2296	2592	12.89%	3120	35.89%	3249	41.51%
100.100.4	2287	2647	15.74%	3147	37.60%	3229	41.19%
100.100.5	2293	2575	12.30%	3219	40.38%	3329	45.18%

## A.4 Aplicação do BRKGA

Nesta secção são apresentados os resultados obtidos utilizando o procedimento BRKGA para as hierarquias 2 e 3. Os parâmetros utilizados foram:

- ◇ Dimensão da população ( $n$ ) - 20
- ◇ Dimensão da elite - 4
- ◇ Número de mutantes - 2
- ◇ Probabilidade do descendente herdar o alelo do progenitor da elite - 0.65

Na tabela A.6 estão presentes os resultados obtidos após 1500 iterações e na tabela A.7 após 5000 iterações.

Tabela A.6: Aplicação do procedimento *BRKGA* às hierarquias 2 e 3 realizando 1500 iterações

Instância	$Z(x^*)$	<i>BRKGA – Aquisição</i>		<i>BRKGA – Completo</i>	
		$Z(x)$	<i>Gap</i>	$Z(x)$	<i>Gap</i>
50.10.1	268	289	7.84%	287	7.09%
50.10.2	287	295	2.79%	308	7.32%
50.10.3	277	325	17.33%	305	10.11%
50.10.4	293	312	6.48%	299	2.05%
50.10.5	300	335	11.67%	318	6.00%

Continua na próxima página



Tabela A.6

Instância	$Z(x^*)$	<i>BRKGA – Aquisição</i>		<i>BRKGA – Completo</i>	
		$Z(x)$	<i>Gap</i>	$Z(x)$	<i>Gap</i>
50.50.1	1204	1308	8.64%	1374	14.12%
50.50.2	1229	1381	12.37%	1384	12.61%
50.50.3	1239	1352	9.12%	1371	10.65%
50.50.4	1219	1390	14.03%	1375	12.80%
50.50.5	1225	1354	10.53%	1332	8.73%
50.100.1	2322	2533	9.09%	2701	16.32%
50.100.2	2325	2614	12.43%	2731	17.46%
50.100.3	2319	2663	14.83%	2665	14.92%
50.100.4	2339	2622	12.10%	2709	15.82%
50.100.5	2296	2675	16.51%	2649	15.37%
50.200.1	4442	5011	12.81%	5103	14.88%
50.200.2	4454	4962	11.41%	5113	14.80%
50.200.3	4462	4995	11.95%	5086	13.98%
50.200.4	4456	5014	12.52%	5129	15.10%
50.200.5	4439	4992	12.46%	5091	14.69%
75.10.1	293	333	13.65%	322	9.90%
75.10.2	285	343	20.35%	313	9.82%
75.10.3	286	322	12.59%	326	13.99%
75.10.4	301	329	9.30%	328	8.97%
75.10.5	302	325	7.62%	336	11.26%
75.50.1	1190	1405	18.07%	1425	19.75%
75.50.2	1220	1369	12.21%	1424	16.72%
75.50.3	1243	1389	11.75%	1404	12.95%
75.50.4	1201	1451	20.82%	1386	15.40%
75.50.5	1183	1384	16.99%	1375	16.23%
75.100.1	2279	2681	17.64%	2749	20.62%
75.100.2	2309	2668	15.55%	2691	16.54%
75.100.3	2304	2678	16.23%	2743	19.05%
75.100.4	2281	2718	19.16%	2720	19.25%
75.100.5	2264	2677	18.24%	2700	19.26%
75.200.1	4438	5164	16.36%	5389	21.43%
75.200.2	4468	5125	14.70%	5333	19.36%
75.200.3	4462	5178	16.05%	5313	19.07%
75.200.4	4464	5179	16.02%	5385	20.63%
75.200.5	4425	5193	17.36%	5353	20.97%
100.10.1	288	315	9.38%	330	14.58%
100.10.2	279	306	9.68%	324	16.13%
100.10.3	284	320	12.68%	313	10.21%
100.10.4	309	355	14.89%	323	4.53%
100.10.5	302	313	3.64%	341	12.91%
100.100.1	2296	2739	19.29%	2888	25.78%
100.100.2	2292	2793	21.86%	2868	25.13%
100.100.3	2296	2741	19.38%	2841	23.74%
100.100.4	2287	2795	22.21%	2817	23.17%
100.100.5	2293	2739	19.45%	2862	24.81%

Tabela A.7: Aplicação do procedimento *BRKGA* às hierarquias 2 e 3 realizando 5000 iterações

Instância	$Z(x^*)$	<i>BRKGA – Aquisição</i>		<i>BRKGA – Completo</i>	
		$Z(x)$	<i>Gap</i>	$Z(x)$	<i>Gap</i>
50.10.1	268	281	4.85%	305	13.81%
50.10.2	287	307	6.97%	305	6.27%
50.10.3	277	291	5.05%	294	6.14%
50.10.4	293	305	4.10%	310	5.80%
50.10.5	300	303	1.00%	302	0.67%
50.50.1	1204	1281	6.40%	1360	12.96%
50.50.2	1229	1355	10.25%	1327	7.97%
50.50.3	1239	1371	10.65%	1316	6.21%
50.50.4	1219	1323	8.53%	1326	8.78%
50.50.5	1225	1328	8.41%	1342	9.55%
50.100.1	2322	2555	10.03%	2554	9.99%
50.100.2	2325	2507	7.83%	2572	10.62%
50.100.3	2319	2548	9.87%	2539	9.49%
50.100.4	2339	2559	9.41%	2558	9.36%
50.100.5	2296	2512	9.41%	2515	9.54%
50.200.1	4442	4837	8.89%	4946	11.35%
50.200.2	4454	4866	9.25%	4910	10.24%
50.200.3	4462	4864	9.01%	4953	11.00%

Continua na próxima página

Tabela A.7

Instância	$Z(x^*)$	BRKGA – Aquisição		BRKGA – Completo	
		$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap
50.200.4	4456	4826	8.30%	4944	10.95%
50.200.5	4439	4868	9.66%	4964	11.83%

## A.5 Ajuste dos parâmetros

Na presente secção serão apresentadas as várias combinações de parâmetros efetuadas e as soluções obtidas utilizando as mesmas. Esta secção é composta por duas subsecções uma vez que o algoritmo utilizado para a hierarquia 1 é distinto do utilizado nas hierarquias 2 e 3. Desta forma, os parâmetros que requerem ajuste são diferentes.

### A.5.1 Hierarquia 1

Para a hierarquia 1 foram testados 10 conjuntos de parâmetros distintos, que estão explicitados na tabela A.8. Nas tabelas A.9 e A.10 apresentam-se os resultados destes testes, em que o Teste  $i$  utiliza os parâmetros em  $T_i$ , com  $i \in \{1, \dots, 10\}$ .

Os testes apresentados na tabela A.10 foram efetuados posteriormente e baseados nos resultados apresentados na tabela A.9. Todos os resultados foram obtidos após 5000 iterações.

Tabela A.8: Correspondência entre o teste efetuado e os parâmetros utilizados

	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	$T_5$	$T_6$	$T_7$	$T_8$	$T_9$	$T_{10}$
$n$	20	20	20	20	20	20	30	30	30	30
$T$	4	4	4	4	4	10	10	10	15	4
$r$	4	16	16	16	16	16	16	26	20	16
$p_m$	0.01	0.01	0.25	0.10	1	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25

Tabela A.9: Ajuste aos parâmetros do algoritmo AG – Rota - Fase 1

Instância	$Z(x^*)$	Teste 1		Teste 2		Teste 3		Teste 4	
		$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap
50.10.1	268	273	1.87%	268	0.00%	268	0.00%	268	0.00%
50.10.2	287	292	1.74%	299	4.18%	292	1.74%	296	3.14%
50.10.3	277	283	2.17%	315	13.72%	299	7.94%	299	7.94%
50.10.4	293	302	3.07%	294	0.34%	294	0.34%	294	0.34%
50.10.5	300	302	0.67%	302	0.67%	302	0.67%	302	0.67%
50.50.1	1204	1318	9.47%	1271	5.56%	1221	1.41%	1228	1.99%
50.50.2	1229	1356	10.33%	1313	6.83%	1249	1.63%	1302	5.94%
50.50.3	1239	1411	13.88%	1301	5.00%	1289	4.04%	1359	9.69%
50.50.4	1219	1335	9.52%	1273	4.43%	1253	2.79%	1266	3.86%
50.50.5	1225	1291	5.39%	1248	1.88%	1256	2.53%	1250	2.04%
50.100.1	2322	2483	6.93%	2425	4.44%	2454	5.68%	2380	2.50%
50.100.2	2325	2546	9.51%	2475	6.45%	2471	6.28%	2390	2.80%

Continua na próxima página

Tabela A.9

Instância	$Z(x^*)$	Teste 1		Teste 2		Teste 3		Teste 4	
		$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap
50.100.3	2319	2488	7.29%	2509	8.19%	2384	2.80%	2473	6.64%
50.100.4	2339	2505	7.10%	2451	4.79%	2395	2.39%	2417	3.33%
50.100.5	2296	2468	7.49%	2445	6.49%	2373	3.35%	2397	4.40%
50.200.1	4442	4574	2.97%	4572	2.93%	4505	1.42%	4545	2.32%
50.200.2	4454	4738	6.38%	4577	2.76%	4611	3.52%	4558	2.33%
50.200.3	4462	4613	3.38%	4622	3.59%	4539	1.73%	4541	1.77%
50.200.4	4456	4672	4.85%	4625	3.79%	4548	2.06%	4614	3.55%
50.200.5	4439	4713	6.17%	4620	4.08%	4556	2.64%	4664	5.07%
75.10.1	293	314	7.17%	297	1.37%	312	6.48%	300	2.39%
75.10.2	285	307	7.72%	298	4.56%	329	15.44%	305	7.02%
75.10.3	286	302	5.59%	287	0.35%	297	3.85%	299	4.55%
75.10.4	301	326	8.31%	322	6.98%	311	3.32%	310	2.99%
75.10.5	302	327	8.28%	302	0.00%	305	0.99%	302	0.00%
75.50.1	1190	1271	6.81%	1295	8.82%	1219	2.44%	1252	5.21%
75.50.2	1220	1397	14.51%	1297	6.31%	1275	4.51%	1273	4.34%
75.50.3	1243	1838	47.87%	1603	28.96%	1365	9.81%	1416	13.92%
75.50.4	1201	1264	5.25%	1235	2.83%	1229	2.33%	1233	2.66%
75.50.5	1183	1340	13.27%	1236	4.48%	1227	3.72%	1236	4.48%
75.100.1	2279	2496	9.52%	2348	3.03%	2337	2.54%	2389	4.83%
75.100.2	2309	2694	16.67%	2544	10.18%	2406	4.20%	2416	4.63%
75.100.3	2304	3009	30.60%	2540	10.24%	2405	4.38%	2854	23.87%
75.100.4	2281	2460	7.85%	2349	2.98%	2326	1.97%	2333	2.28%
75.100.5	2264	2382	5.21%	2335	3.14%	2338	3.27%	2316	2.30%
75.200.1	4438	4717	6.29%	4647	4.71%	4558	2.70%	4577	3.13%
75.200.2	4468	4711	5.44%	4925	10.23%	4592	2.78%	4837	8.26%
75.200.3	4462	4938	10.67%	4807	7.73%	4631	3.79%	4734	6.10%
75.200.4	4464	5192	16.31%	4885	9.43%	4667	4.55%	4811	7.77%
75.200.5	4425	4924	11.28%	4700	6.21%	4725	6.78%	4738	7.07%
100.10.1	288	319	10.76%	323	12.15%	302	4.86%	318	10.42%
100.10.2	279	288	3.23%	287	2.87%	288	3.23%	281	0.72%
100.10.3	284	310	9.15%	293	3.17%	293	3.17%	298	4.93%
100.10.4	309	428	38.51%	347	12.30%	317	2.59%	331	7.12%
100.10.5	302	379	25.50%	312	3.31%	331	9.60%	337	11.59%
100.100.1	2296	2435	6.05%	2414	5.14%	2368	3.14%	2409	4.92%
100.100.2	2292	2533	10.51%	2595	13.22%	2369	3.36%	2456	7.16%
100.100.3	2296	2572	12.02%	2427	5.71%	2376	3.48%	2471	7.62%
100.100.4	2287	2455	7.35%	2398	4.85%	2398	4.85%	2427	6.12%
100.100.5	2293	2514	9.64%	2380	3.79%	2346	2.31%	2425	5.76%

Tabela A.10: Afinação aos parâmetros do algoritmo *AG – Rota* - Fase 2

Instância	$Z(x^*)$	Teste 5		Teste 6		Teste 7	
		$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap
100.10.1	288	309	7.29%	303	5.21%	295	2.43%
100.10.2	279	295	5.73%	291	4.30%	281	0.72%
100.10.3	284	297	4.58%	289	1.76%	284	0.00%
100.10.4	309	321	3.88%	317	2.59%	327	5.83%
100.10.5	302	330	9.27%	329	8.94%	330	9.27%
100.100.1	2296	2396	4.36%	2417	5.27%	2425	5.62%
100.100.2	2292	2370	3.40%	2701	17.84%	2550	11.26%
100.100.3	2296	2388	4.01%	2463	7.27%	2443	6.40%
100.100.4	2287	2357	3.06%	2550	11.50%	2412	5.47%
100.100.5	2293	2344	2.22%	2420	5.54%	2409	5.06%
Instância	$Z(x^*)$	Teste 8		Teste 9		Teste 10	
		$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap
100.10.1	288	305	5.90%	303	5.21%	308	6.94%
100.10.2	279	297	6.45%	293	5.02%	295	5.73%
100.10.3	284	284	0.00%	308	8.45%	284	0.00%
100.10.4	309	353	14.24%	339	9.71%	309	0.00%
100.10.5	302	345	14.24%	339	12.25%	320	5.96%
100.100.1	2296	2386	3.92%	2454	6.88%	2422	5.49%
100.100.2	2292	2409	5.10%	2453	7.02%	2392	4.36%
100.100.3	2296	2468	7.49%	2381	3.70%	2427	5.71%
100.100.4	2287	2430	6.25%	2498	9.23%	2414	5.55%
100.100.5	2293	2420	5.54%	2409	5.06%	2392	4.32%

### A.5.2 Hierarquias 2 e 3

Para desenvolver os algoritmos *BRKGA – Aquisição* e *BRKGA – Completo* seguiu-se a metodologia apresentada em [5] pelo que para o teste aos parâmetros também se seguiu as sugestões apresentadas no mesmo artigo.

Os autores sugerem, sendo  $n$  a dimensão da população, que:

- $0.10 \times n \leq n_e \leq 0.25 \times n$
- $0.10 \times n \leq n_m \leq 0.30 \times n$
- $0.5 < p_e \leq 0.8$

Mantendo a dimensão da população com 20 indivíduos tem-se que a dimensão da elite ( $n_e$ ) deve variar entre 2 e 5, e o número de mutantes ( $n_m$ ) deve estar compreendido entre 2 e 6.

Foi testado atribuir aos parâmetros os extremos do intervalo dos valores sugerido em [5]. Nas tabelas A.11, A.12 e A.13 é possível observar, respetivamente, o teste à dimensão da elite, ao número de mutantes e à probabilidade de um descendente herdar um alelo do progenitor elite. Os resultados apresentados foram obtidos após 1500 iterações.

Tabela A.11: Teste à dimensão da elite para a hierarquia 2 ( $n_m = 1$  e  $p_e = 0.65$ )

Instância	$Z(x^*)$	$n_e = 4$		$n_e = 2$		$n_e = 5$	
		$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap
50.10.1	268	303	13.06%	300	11.94%	312	16.42%
50.10.2	287	303	5.57%	303	5.57%	300	4.53%
50.10.3	277	300	8.30%	312	12.64%	313	13.00%
50.10.4	293	317	8.19%	314	7.17%	322	9.90%
50.10.5	300	325	8.33%	323	7.67%	325	8.33%
50.50.1	1204	1439	19.52%	1362	13.12%	1346	11.79%
50.50.2	1229	1398	13.75%	1417	15.30%	1372	11.64%
50.50.3	1239	1431	15.50%	1382	11.54%	1404	13.32%
50.50.4	1219	1402	15.01%	1386	13.70%	1416	16.16%
50.50.5	1225	1440	17.55%	1401	14.37%	1369	11.76%
50.100.1	2322	2648	14.04%	2647	14.00%	2622	12.92%
50.100.2	2325	2622	12.77%	2699	16.09%	2666	14.67%
50.100.3	2319	2659	14.66%	2648	14.19%	2624	13.15%
50.100.4	2339	2629	12.40%	2685	14.79%	2627	12.31%
50.100.5	2296	2619	14.07%	2652	15.51%	2667	16.16%
50.200.1	4442	5082	14.41%	5045	13.57%	5073	14.21%
50.200.2	4454	4982	11.85%	5028	12.89%	5005	12.37%
50.200.3	4462	5038	12.91%	5094	14.16%	5026	12.64%
50.200.4	4456	5059	13.53%	5089	14.21%	5125	15.01%
50.200.5	4439	5039	13.52%	5012	12.91%	5024	13.18%
75.10.1	293	332	13.31%	342	16.72%	343	17.06%
75.10.2	285	335	17.54%	315	10.53%	340	19.30%
75.10.3	286	329	15.03%	329	15.03%	327	14.34%
75.10.4	301	321	6.64%	336	11.63%	337	11.96%
75.10.5	302	318	5.30%	315	4.30%	330	9.27%
75.50.1	1190	1498	25.88%	1412	18.66%	1433	20.42%
75.50.2	1220	1495	22.54%	1434	17.54%	1464	20.00%
75.50.3	1243	1391	11.91%	1410	13.44%	1420	14.24%
75.50.4	1201	1462	21.73%	1452	20.90%	1410	17.40%
75.50.5	1183	1478	24.94%	1387	17.24%	1454	22.91%
75.100.1	2279	2732	19.88%	2750	20.67%	2769	21.50%
75.100.2	2309	2727	18.10%	2745	18.88%	2717	17.67%
75.100.3	2304	2663	15.58%	2717	17.93%	2755	19.57%
75.100.4	2281	2671	17.10%	2714	18.98%	2684	17.67%
75.100.5	2264	2756	21.73%	2679	18.33%	2697	19.13%

Continua na próxima página

Tabela A.11

Instância	$Z(x^*)$	$n_e = 4$		$n_e = 2$		$n_e = 5$	
		$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap
75.200.1	4438	5198	17.12%	5262	18.57%	5278	18.93%
75.200.2	4468	5265	17.84%	5293	18.46%	5235	17.17%
75.200.3	4462	5302	18.83%	5220	16.99%	5207	16.70%
75.200.4	4464	5305	18.84%	5213	16.78%	5325	19.29%
75.200.5	4425	5262	18.92%	5313	20.07%	5223	18.03%
100.10.1	288	322	11.81%	331	14.93%	325	12.85%
100.10.2	279	331	18.64%	328	17.56%	327	17.20%
100.10.3	284	320	12.68%	342	20.42%	336	18.31%
100.10.4	309	346	11.97%	341	10.36%	338	9.39%
100.10.5	302	337	11.59%	349	15.56%	335	10.93%
100.100.1	2296	2881	25.48%	2778	20.99%	2837	23.56%
100.100.2	2292	2835	23.69%	2769	20.81%	2854	24.52%
100.100.3	2296	2844	23.87%	2836	23.52%	2840	23.69%
100.100.4	2287	2898	26.72%	2805	22.65%	2829	23.70%
100.100.5	2293	2805	22.33%	2820	22.98%	2823	23.11%

Tabela A.12: Teste ao número de mutantes para a hierarquia 2 ( $n_e = 4$  e  $p_e = 0.65$ )

Instância	$Z(x^*)$	$n_m = 1$		$n_m = 2$		$n_m = 6$	
		$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap
50.10.1	268	303	13.06%	291	8.58%	303	13.06%
50.10.2	287	303	5.57%	294	2.44%	296	3.14%
50.10.3	277	300	8.30%	294	6.14%	314	13.36%
50.10.4	293	317	8.19%	312	6.48%	307	4.78%
50.10.5	300	325	8.33%	307	2.33%	313	4.33%
50.50.1	1204	1439	19.52%	1332	10.63%	1319	9.55%
50.50.2	1229	1398	13.75%	1359	10.58%	1332	8.38%
50.50.3	1239	1431	15.50%	1416	14.29%	1392	12.35%
50.50.4	1219	1402	15.01%	1354	11.07%	1395	14.44%
50.50.5	1225	1440	17.55%	1363	11.27%	1389	13.39%
50.100.1	2322	2648	14.04%	2599	11.93%	2651	14.17%
50.100.2	2325	2622	12.77%	2687	15.57%	2621	12.73%
50.100.3	2319	2659	14.66%	2581	11.30%	2631	13.45%
50.100.4	2339	2629	12.40%	2597	11.03%	2614	11.76%
50.100.5	2296	2619	14.07%	2585	12.59%	2606	13.50%
50.200.1	4442	5082	14.41%	5003	12.63%	5076	14.27%
50.200.2	4454	4982	11.85%	5010	12.48%	5061	13.63%
50.200.3	4462	5038	12.91%	5018	12.46%	5053	13.25%
50.200.4	4456	5059	13.53%	5024	12.75%	5034	12.97%
50.200.5	4439	5039	13.52%	4995	12.53%	4963	11.80%
75.10.1	293	332	13.31%	305	4.10%	392	33.79%
75.10.2	285	335	17.54%	320	12.28%	311	9.12%
75.10.3	286	329	15.03%	309	8.04%	306	6.99%
75.10.4	301	321	6.64%	313	3.99%	329	9.30%
75.10.5	302	318	5.30%	335	10.93%	319	5.63%
75.50.1	1190	1498	25.88%	1407	18.24%	1402	17.82%
75.50.2	1220	1495	22.54%	1423	16.64%	1405	15.16%
75.50.3	1243	1391	11.91%	1387	11.58%	1373	10.46%
75.50.4	1201	1462	21.73%	1384	15.24%	1358	13.07%
75.50.5	1183	1478	24.94%	1381	16.74%	1398	18.17%
75.100.1	2279	2732	19.88%	2658	16.63%	2735	20.01%
75.100.2	2309	2727	18.10%	2750	19.10%	2676	15.89%
75.100.3	2304	2663	15.58%	2671	15.93%	2673	16.02%
75.100.4	2281	2671	17.10%	2703	18.50%	2774	21.61%
75.100.5	2264	2756	21.73%	2702	19.35%	2739	20.98%
75.200.1	4438	5198	17.12%	5166	16.40%	5312	19.69%
75.200.2	4468	5265	17.84%	5181	15.96%	5238	17.23%
75.200.3	4462	5302	18.83%	5202	16.58%	5275	18.22%
75.200.4	4464	5305	18.84%	5174	15.91%	5344	19.71%
75.200.5	4425	5262	18.92%	5203	17.58%	5201	17.54%
100.10.1	288	322	11.81%	331	14.93%	319	10.76%
100.10.2	279	331	18.64%	326	16.85%	312	11.83%
100.10.3	284	320	12.68%	317	11.62%	329	15.85%
100.10.4	309	346	11.97%	332	7.44%	312	0.97%
100.10.5	302	337	11.59%	333	10.26%	327	8.28%
100.100.1	2296	2881	25.48%	2718	18.38%	2807	22.26%
100.100.2	2292	2835	23.69%	2736	19.37%	2735	19.33%
100.100.3	2296	2844	23.87%	2785	21.30%	2794	21.69%

Continua na próxima página

Tabela A.12

Instância	$Z(x^*)$	$n_m = 1$		$n_m = 2$		$n_m = 6$	
		$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap
100.100.4	2287	2898	26.72%	2786	21.82%	2831	23.79%
100.100.5	2293	2805	22.33%	2740	19.49%	2800	22.11%

Tabela A.13: Teste à probabilidade de um descendente herdar um alelo do progenitor elite para a hierarquia 2 ( $n_e = 4$  e  $n_m = 1$ )

Instância	$Z(x^*)$	$p_e = 0.65$		$p_e = 0.5$		$p_e = 0.8$	
		$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap
50.10.1	268	303	13.06%	303	13.06%	301	12.31%
50.10.2	287	303	5.57%	317	10.45%	335	16.72%
50.10.3	277	300	8.30%	304	9.75%	312	12.64%
50.10.4	293	317	8.19%	317	8.19%	310	5.80%
50.10.5	300	325	8.33%	324	8.00%	334	11.33%
50.50.1	1204	1439	19.52%	1399	16.20%	1433	19.02%
50.50.2	1229	1398	13.75%	1386	12.77%	1384	12.61%
50.50.3	1239	1431	15.50%	1387	11.95%	1393	12.43%
50.50.4	1219	1402	15.01%	1417	16.24%	1419	16.41%
50.50.5	1225	1440	17.55%	1380	12.65%	1404	14.61%
50.100.1	2322	2648	14.04%	2634	13.44%	2681	15.46%
50.100.2	2325	2622	12.77%	2627	12.99%	2655	14.19%
50.100.3	2319	2659	14.66%	2611	12.59%	2647	14.14%
50.100.4	2339	2629	12.40%	2676	14.41%	2658	13.64%
50.100.5	2296	2619	14.07%	2615	13.89%	2634	14.72%
50.200.1	4442	5082	14.41%	5083	14.43%	5047	13.62%
50.200.2	4454	4982	11.85%	5005	12.37%	5025	12.82%
50.200.3	4462	5038	12.91%	5016	12.42%	5068	13.58%
50.200.4	4456	5059	13.53%	5023	12.72%	5071	13.80%
50.200.5	4439	5039	13.52%	4999	12.62%	5097	14.82%
75.10.1	293	332	13.31%	310	5.80%	340	16.04%
75.10.2	285	335	17.54%	322	12.98%	331	16.14%
75.10.3	286	329	15.03%	305	6.64%	346	20.98%
75.10.4	301	321	6.64%	331	9.97%	329	9.30%
75.10.5	302	318	5.30%	318	5.30%	325	7.62%
75.50.1	1190	1498	25.88%	1438	20.84%	1453	22.10%
75.50.2	1220	1495	22.54%	1473	20.74%	1475	20.90%
75.50.3	1243	1391	11.91%	1406	13.11%	1409	13.35%
75.50.4	1201	1462	21.73%	1444	20.23%	1469	22.31%
75.50.5	1183	1478	24.94%	1444	22.06%	1461	23.50%
75.100.1	2279	2732	19.88%	2775	21.76%	2745	20.45%
75.100.2	2309	2727	18.10%	2712	17.45%	2716	17.63%
75.100.3	2304	2663	15.58%	2752	19.44%	2701	17.23%
75.100.4	2281	2671	17.10%	2685	17.71%	2720	19.25%
75.100.5	2264	2756	21.73%	2727	20.45%	2771	22.39%
75.200.1	4438	5198	17.12%	5299	19.40%	5316	19.78%
75.200.2	4468	5265	17.84%	5246	17.41%	5234	17.14%
75.200.3	4462	5302	18.83%	5254	17.75%	5230	17.21%
75.200.4	4464	5305	18.84%	5274	18.15%	5285	18.39%
75.200.5	4425	5262	18.92%	5196	17.42%	5291	19.57%
100.10.1	288	322	11.81%	336	16.67%	347	20.49%
100.10.2	279	331	18.64%	332	19.00%	315	12.90%
100.10.3	284	320	12.68%	322	13.38%	337	18.66%
100.10.4	309	346	11.97%	335	8.41%	334	8.09%
100.10.5	302	337	11.59%	344	13.91%	349	15.56%
100.100.1	2296	2881	25.48%	2796	21.78%	2847	24.00%
100.100.2	2292	2835	23.69%	2816	22.86%	2836	23.73%
100.100.3	2296	2844	23.87%	2806	22.21%	2839	23.65%
100.100.4	2287	2898	26.72%	2813	23.00%	2858	24.97%
100.100.5	2293	2805	22.33%	2777	21.11%	2804	22.29%

## A.6 Aplicação do procedimento *drop markets*

Na corrente secção são apresentados os resultados obtidos usando as várias variantes do procedimento *drop markets* aos algoritmos *BRKGA – Aquisição* e *BRKGA – Completo*. Na tabela A.14 são apresentados os resultados obtidos aplicando o procedimento *drop markets* (*DM*) à melhor solução obtida por cada um dos algoritmos genéticos referidos, enquanto na tabela A.15 estão presentes os resultados obtidos quando o método *drop markets* é aplicado aos indivíduos que pertencem à elite durante todo o processo (*DM<sub>E</sub>*).

As soluções obtidas em ambas as tabelas foram atingidas ao fim de 1500 iterações.

Tabela A.14: Aplicação do procedimento *DM* às hierarquias 2 e 3

Instância	$Z(x^*)$	<i>BRKGA – Aquisição</i>				<i>BRKGA – Completo</i>			
		Sem <i>DM</i>		Com <i>DM</i>		Sem <i>DM</i>		Com <i>DM</i>	
		$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap
50.10.1	268	278	3.73%	268	0.00%	305	13.81%	283	5.60%
50.10.2	287	292	1.74%	289	0.70%	310	8.01%	310	8.01%
50.10.3	277	311	12.27%	285	2.89%	285	2.89%	285	2.89%
50.10.4	293	305	4.10%	304	3.75%	304	3.75%	304	3.75%
50.10.5	300	307	2.33%	306	2.00%	314	4.67%	314	4.67%
50.50.1	1204	1346	11.79%	1246	3.49%	1366	13.46%	1289	7.06%
50.50.2	1229	1399	13.83%	1277	3.91%	1371	11.55%	1266	3.01%
50.50.3	1239	1387	11.95%	1273	2.74%	1399	12.91%	1294	4.44%
50.50.4	1219	1352	10.91%	1258	3.20%	1379	13.13%	1269	4.10%
50.50.5	1225	1399	14.20%	1259	2.78%	1326	8.24%	1265	3.27%
50.100.1	2322	2595	11.76%	2392	3.01%	2677	15.29%	2431	4.69%
50.100.2	2325	2634	13.29%	2414	3.83%	2670	14.84%	2424	4.26%
50.100.3	2319	2624	13.15%	2391	3.10%	2644	14.01%	2431	4.83%
50.100.4	2339	2623	12.14%	2411	3.08%	2692	15.09%	2444	4.49%
50.100.5	2296	2587	12.67%	2355	2.57%	2688	17.07%	2407	4.83%
50.200.1	4442	5056	13.82%	4586	3.24%	5121	15.29%	4580	3.11%
50.200.2	4454	5024	12.80%	4568	2.56%	5138	15.36%	4595	3.17%
50.200.3	4462	5031	12.75%	4669	4.64%	5140	15.19%	4609	3.29%
50.200.4	4456	5010	12.43%	4596	3.14%	5133	15.19%	4552	2.15%
50.200.5	4439	5010	12.86%	4589	3.38%	5108	15.07%	4584	3.27%
75.10.1	293	334	13.99%	314	7.17%	324	10.58%	318	8.53%
75.10.2	285	318	11.58%	318	11.58%	309	8.42%	302	5.96%
75.10.3	286	316	10.49%	303	5.94%	305	6.64%	305	6.64%
75.10.4	301	332	10.30%	313	3.99%	314	4.32%	314	4.32%
75.10.5	302	324	7.28%	323	6.95%	315	4.30%	315	4.30%
75.50.1	1190	1396	17.31%	1272	6.89%	1450	21.85%	1230	3.36%
75.50.2	1220	1406	15.25%	1287	5.49%	1446	18.52%	1270	4.10%
75.50.3	1243	1436	15.53%	1330	7.00%	1430	15.04%	1306	5.07%
75.50.4	1201	1442	20.07%	1247	3.83%	1418	18.07%	1252	4.25%
75.50.5	1183	1441	21.81%	1236	4.48%	1403	18.60%	1257	6.26%
75.100.1	2279	2721	19.39%	2361	3.60%	2780	21.98%	2359	3.51%
75.100.2	2309	2664	15.37%	2374	2.82%	2743	18.80%	2421	4.85%
75.100.3	2304	2718	17.97%	2421	5.08%	2756	19.62%	2425	5.25%
75.100.4	2281	2718	19.16%	2362	3.55%	2795	22.53%	2375	4.12%
75.100.5	2264	2704	19.43%	2347	3.67%	2772	22.44%	2353	3.93%
75.200.1	4438	5265	18.63%	4580	3.20%	5397	21.61%	4613	3.94%
75.200.2	4468	5171	15.73%	4603	3.02%	5416	21.22%	4658	4.25%
75.200.3	4462	5162	15.69%	4609	3.29%	5391	20.82%	4660	4.44%
75.200.4	4464	5194	16.35%	4641	3.97%	5338	19.58%	4670	4.61%
75.200.5	4425	5284	19.41%	4559	3.03%	5307	19.93%	4564	3.14%
100.10.1	288	304	5.56%	304	5.56%	319	10.76%	319	10.76%
100.10.2	279	306	9.68%	300	7.53%	334	19.71%	322	15.41%
100.10.3	284	325	14.44%	325	14.44%	328	15.49%	316	11.27%
100.10.4	309	336	8.74%	325	5.18%	313	1.29%	313	1.29%
100.10.5	302	332	9.93%	327	8.28%	324	7.28%	321	6.29%
100.100.1	2296	2794	21.69%	2425	5.62%	2924	27.35%	2445	6.49%
100.100.2	2292	2752	20.07%	2392	4.36%	2913	27.09%	2420	5.58%
100.100.3	2296	2809	22.34%	2448	6.62%	2845	23.91%	2425	5.62%
100.100.4	2287	2784	21.73%	2392	4.59%	2912	27.33%	2442	6.78%

Continua na próxima página

Tabela A.14

100.100.5	2293	2827	23.29%	2363	3.05%	2893	26.17%	2368	3.27%
200.200.1	4400	5759	30.89%	4612	4.82%	6045	37.39%	4591	4.34%
200.200.3	4401	5652	28.43%	4611	4.77%	6028	36.97%	4579	4.04%

Tabela A.15: Aplicação do procedimento  $DM_E$  às hierarquias 2 e 3

Instância	$Z(x^*)$	$BRKGA - Aquisição + DM_E$		$BRKGA - Completo + DM_E$	
		$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap
50.10.1	268	268	0.00%	268	0.00%
50.10.2	287	289	0.70%	300	4.53%
50.10.3	277	310	11.91%	291	5.05%
50.10.4	293	311	6.14%	307	4.78%
50.10.5	300	313	4.33%	314	4.67%
50.50.1	1204	1238	2.82%	1244	3.32%
50.50.2	1229	1270	3.34%	1257	2.28%
50.50.3	1239	1271	2.58%	1287	3.87%
50.50.4	1219	1244	2.05%	1237	1.48%
50.50.5	1225	1260	2.86%	1264	3.18%
50.100.1	2322	2371	2.11%	2396	3.19%
50.100.2	2325	2391	2.84%	2383	2.49%
50.100.3	2319	2384	2.80%	2395	3.28%
50.100.4	2339	2424	3.63%	2430	3.89%
50.100.5	2296	2376	3.48%	2366	3.05%
50.200.1	4442	4561	2.68%	4601	3.58%
50.200.2	4454	4601	3.30%	4634	4.04%
50.200.3	4462	4641	4.01%	4586	2.78%
50.200.4	4456	4599	3.21%	4571	2.58%
50.200.5	4439	4569	2.93%	4616	3.99%
75.10.1	293	316	7.85%	304	3.75%
75.10.2	285	318	11.58%	302	5.96%
75.10.3	286	310	8.39%	296	3.50%
75.10.4	301	325	7.97%	313	3.99%
75.10.5	302	304	0.66%	325	7.62%
75.50.1	1190	1242	4.37%	1236	3.87%
75.50.2	1220	1247	2.21%	1264	3.61%
75.50.3	1243	1273	2.41%	1281	3.06%
75.50.4	1201	1233	2.66%	1241	3.33%
75.50.5	1183	1203	1.69%	1228	3.80%
75.100.1	2279	2368	3.91%	2333	2.37%
75.100.2	2309	2339	1.30%	2351	1.82%
75.100.3	2304	2376	3.13%	2399	4.12%
75.100.4	2281	2334	2.32%	2311	1.32%
75.100.5	2264	2333	3.05%	2345	3.58%
75.200.1	4438	4537	2.23%	4563	2.82%
75.200.2	4468	4546	1.75%	4633	3.69%
75.200.3	4462	4602	3.14%	4574	2.51%
75.200.4	4464	4597	2.98%	4621	3.52%
75.200.5	4425	4582	3.55%	4583	3.57%
100.10.1	288	299	3.82%	327	13.54%
100.10.2	279	297	6.45%	312	11.83%
100.10.3	284	313	10.21%	313	10.21%
100.10.4	309	309	0.00%	324	4.85%
100.10.5	302	336	11.56%	326	7.95%
100.100.1	2296	2354	2.53%	2383	3.79%
100.100.2	2292	2352	2.62%	2394	4.45%
100.100.3	2296	2368	3.14%	2385	3.88%
100.100.4	2287	2349	2.71%	2369	3.59%
100.100.5	2293	2385	4.01%	2360	2.92%
200.200.1	4400	4554	3.50%	4546	3.32%
200.200.3	4401	4496	2.16%	4555	3.50%



## A.7 Aplicação do procedimento de pesquisa local

Na tabela A.16 são apresentados os resultados obtidos aplicando o procedimento de pesquisa local *PL* à melhor solução obtida por cada um dos algoritmos genéticos em estudo. Na tabela A.17 estão presentes os resultados obtidos aplicando o procedimento de pesquisa local à elite em todas as iterações dos algoritmos genéticos *BRKGA – Aquisição* e *BRKGA – Completo*.

As soluções apresentadas na coluna *Ci* foram obtidas utilizando o critério  $i$ , com  $i = 1, 2$ , para adicionar novos mercados à solução no procedimento de pesquisa local.

Os resultados apresentados nas tabelas foram obtidos realizando 1500 iterações de algoritmo genético e 500 do procedimento de pesquisa local.

Tabela A.16: Aplicação do procedimento *PL* às várias hierarquias em estudo

Instância	$Z(x^*)$	AG1 – Rota + PL			
		C1		C2	
		$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap
50.10.1	268	268	0.00%	273	1.87%
50.10.2	287	292	1.74%	292	1.74%
50.10.3	277	281	1.44%	297	7.22%
50.10.4	293	294	0.34%	294	0.34%
50.10.5	300	302	0.67%	302	0.67%
50.50.1	1204	1222	1.50%	1230	2.16%
50.50.2	1229	1269	3.25%	1277	3.91%
50.50.3	1239	1285	3.71%	1285	3.71%
50.50.4	1219	1253	2.79%	1254	2.87%
50.50.5	1225	1261	2.94%	1273	3.92%
50.100.1	2322	2345	0.99%	2363	1.77%
50.100.2	2325	2347	0.95%	2341	0.69%
50.100.3	2319	2363	1.90%	2386	2.89%
50.100.4	2339	2371	1.37%	2391	2.22%
50.100.5	2296	2334	1.66%	2404	4.70%
50.200.1	4442	4452	0.23%	4496	1.22%
50.200.2	4454	4485	0.70%	4516	1.39%
50.200.3	4462	4482	0.45%	4539	1.73%
50.200.4	4456	4493	0.83%	4564	2.42%
50.200.5	4439	4533	2.12%	4533	2.12%
75.10.1	293	313	6.83%	320	9.22%
75.10.2	285	309	8.42%	307	7.72%
75.10.3	286	294	2.80%	295	3.15%
75.10.4	301	301	0.00%	301	0.00%
75.10.5	302	313	3.64%	307	1.66%
75.50.1	1190	1203	1.09%	1198	0.67%
75.50.2	1220	1257	3.03%	1259	3.20%
75.50.3	1243	1253	0.80%	1290	3.78%
75.50.4	1201	1208	0.58%	1237	3.00%
75.50.5	1183	1207	2.03%	1207	2.03%
75.100.1	2279	2297	0.79%	2308	1.27%
75.100.2	2309	2335	1.13%	2342	1.43%
75.100.3	2304	2332	1.22%	2360	2.43%
75.100.4	2281	2335	2.37%	2326	1.97%
75.100.5	2264	2317	2.34%	2322	2.56%
75.200.1	4438	4465	0.61%	4505	1.51%
75.200.2	4468	4520	1.16%	4558	2.01%
75.200.3	4462	4488	0.58%	4569	2.40%
75.200.4	4464	4522	1.30%	4527	1.41%
75.200.5	4425	4456	0.70%	4534	2.46%
100.10.1	288	304	5.56%	307	6.60%
100.10.2	279	295	5.73%	296	6.09%
100.10.3	284	305	7.39%	305	7.39%
100.10.4	309	318	2.91%	313	1.29%

Continua na próxima página

Tabela A.16

100.10.5	302	318	5.30%	312	3.31%
100.100.1	2296	2351	2.40%	2363	2.92%
100.100.2	2292	2343	2.23%	2329	1.61%
100.100.3	2296	2359	2.74%	2385	3.88%
100.100.4	2287	2361	3.24%	2389	4.46%
100.100.5	2293	2346	2.31%	2395	4.45%
200.200.1	4400	4496	2.18%	4545	3.30%
200.200.3	4401	4491	2.04%	4537	3.09%
<i>BRKGA – Aquisição + PL</i>					
		<i>C1</i>		<i>C2</i>	
<i>Instância</i>	<i>Z(x*)</i>	<i>Z(x)</i>	<i>Gap</i>	<i>Z(x)</i>	<i>Gap</i>
50.10.1	268	268	0.00%	268	0.00%
50.10.2	287	289	0.70%	289	0.70%
50.10.3	277	283	2.17%	285	2.89%
50.10.4	293	300	2.39%	304	3.75%
50.10.5	300	305	1.67%	305	1.67%
50.50.1	1204	1223	1.58%	1238	2.82%
50.50.2	1229	1241	0.98%	1250	1.71%
50.50.3	1239	1255	1.29%	1261	1.78%
50.50.4	1219	1222	0.25%	1250	2.54%
50.50.5	1225	1254	2.37%	1254	2.37%
50.100.1	2322	2338	0.69%	2377	2.37%
50.100.2	2325	2364	1.68%	2379	2.32%
50.100.3	2319	2351	1.38%	2356	1.60%
50.100.4	2339	2390	2.18%	2398	2.52%
50.100.5	2296	2312	0.70%	2314	0.78%
50.200.1	4442	4500	1.31%	4506	1.44%
50.200.2	4454	4513	1.32%	4531	1.73%
50.200.3	4462	4555	2.08%	4575	2.53%
50.200.4	4456	4474	0.40%	4492	0.81%
50.200.5	4439	4513	1.67%	4520	1.82%
75.10.1	293	306	4.44%	311	6.14%
75.10.2	285	317	11.23%	317	11.23%
75.10.3	286	299	4.55%	303	5.94%
75.10.4	301	308	2.33%	313	3.99%
75.10.5	302	317	4.97%	318	5.30%
75.50.1	1190	1245	4.62%	1248	4.87%
75.50.2	1220	1253	2.70%	1271	4.18%
75.50.3	1243	1278	2.82%	1299	4.51%
75.50.4	1201	1224	1.92%	1225	2.00%
75.50.5	1183	1194	0.93%	1213	2.54%
75.100.1	2279	2329	2.19%	2330	2.24%
75.100.2	2309	2328	0.82%	2375	2.86%
75.100.3	2304	2352	2.08%	2364	2.60%
75.100.4	2281	2305	1.05%	2332	2.24%
75.100.5	2264	2275	0.49%	2309	1.99%
75.200.1	4438	4490	1.17%	4520	1.85%
75.200.2	4468	4543	1.68%	4550	1.84%
75.200.3	4462	4511	1.10%	4508	1.03%
75.200.4	4464	4495	0.69%	4533	1.55%
75.200.5	4425	4501	1.72%	4543	2.67%
100.10.1	288	304	5.56%	304	5.56%
100.10.2	279	286	2.51%	292	4.66%
100.10.3	284	308	8.45%	314	10.56%
100.10.4	309	317	2.59%	322	4.21%
100.10.5	302	323	6.95%	312	3.31%
100.100.1	2296	2345	2.13%	2348	2.26%
100.100.2	2292	2350	2.53%	2360	2.97%
100.100.3	2296	2368	3.14%	2402	4.62%
100.100.4	2287	2331	1.92%	2373	3.76%
100.100.5	2293	2324	1.35%	2326	1.44%
200.200.1	4400	4486	1.95%	4486	1.95%
200.200.3	4401	4457	1.27%	4499	2.23%
<i>BRKGA – Completo + PL</i>					
		<i>C1</i>		<i>C2</i>	
<i>Instância</i>	<i>Z(x*)</i>	<i>Z(x)</i>	<i>Gap</i>	<i>Z(x)</i>	<i>Gap</i>
50.10.1	268	268	0.00%	283	5.60%
50.10.2	287	309	7.67%	309	7.67%
50.10.3	277	283	2.17%	283	2.17%
50.10.4	293	300	2.39%	304	3.75%
50.10.5	300	314	4.67%	303	1.00%
50.50.1	1204	1212	0.66%	1259	4.57%
50.50.2	1229	1256	2.20%	1256	2.20%
50.50.3	1239	1252	1.05%	1273	2.74%
50.50.4	1219	1236	1.39%	1233	1.15%
50.50.5	1225	1230	0.41%	1245	1.63%
Continua na próxima página					

Tabela A.16

50.100.1	2322	2350	1.21%	2376	2.33%
50.100.2	2325	2345	0.86%	2374	2.11%
50.100.3	2319	2335	0.69%	2354	1.51%
50.100.4	2339	2361	0.94%	2380	1.75%
50.100.5	2296	2328	1.39%	2352	2.44%
50.200.1	4442	4463	0.47%	4493	1.15%
50.200.2	4454	4514	1.35%	4512	1.30%
50.200.3	4462	4492	0.67%	4524	1.39%
50.200.4	4456	4487	0.70%	4525	1.55%
50.200.5	4439	4483	0.99%	4496	1.28%
75.10.1	293	316	7.85%	306	4.44%
75.10.2	285	301	5.61%	301	5.61%
75.10.3	286	299	4.55%	297	3.85%
75.10.4	301	314	4.32%	314	4.32%
75.10.5	302	315	4.30%	315	4.30%
75.50.1	1190	1226	3.03%	1229	3.28%
75.50.2	1220	1248	2.30%	1263	3.52%
75.50.3	1243	1268	2.01%	1268	2.01%
75.50.4	1201	1231	2.50%	1234	2.75%
75.50.5	1183	1214	2.62%	1208	2.11%
75.100.1	2279	2296	0.75%	2327	2.11%
75.100.2	2309	2350	1.78%	2373	2.77%
75.100.3	2304	2343	1.69%	2356	2.26%
75.100.4	2281	2313	1.40%	2332	2.24%
75.100.5	2264	2289	1.10%	2317	2.34%
75.200.1	4438	4488	1.13%	4509	1.60%
75.200.2	4468	4534	1.48%	4548	1.79%
75.200.3	4462	4500	0.85%	4571	2.44%
75.200.4	4464	4547	1.86%	4559	2.13%
75.200.5	4425	4480	1.24%	4513	1.99%
100.10.1	288	310	7.64%	311	7.99%
100.10.2	279	312	11.83%	322	15.41%
100.10.3	284	285	0.35%	311	9.51%
100.10.4	309	313	1.29%	313	1.29%
100.10.5	302	317	4.97%	321	6.29%
100.100.1	2296	2367	3.09%	2376	3.48%
100.100.2	2292	2339	2.05%	2368	3.32%
100.100.3	2296	2355	2.57%	2362	2.87%
100.100.4	2287	2327	1.75%	2385	4.29%
100.100.5	2293	2326	1.44%	2346	2.31%
200.200.1	4400	4460	1.36%	4476	1.73%
200.200.3	4401	4476	1.70%	4490	2.02%

Tabela A.17: Aplicação do procedimento  $PL_E$  às hierarquias 2 e 3

Instância	$Z(x^*)$	$BRKGA - Aquisição + PL_E$				$BRKGA - Completo + PL_E$			
		C1		C2		C1		C2	
		$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap
50.10.1	268	268	0.00%	268	0.00%	268	0.00%	268	0.00%
50.10.2	287	289	0.70%	289	0.70%	300	4.53%	300	4.53%
50.10.3	277	283	2.17%	285	2.89%	291	5.05%	291	5.05%
50.10.4	293	298	1.71%	307	4.78%	307	4.78%	304	3.75%
50.10.5	300	305	1.67%	313	4.33%	314	4.67%	303	1.00%
50.50.1	1204	1227	1.91%	1234	2.49%	1229	2.08%	1244	3.32%
50.50.2	1229	1270	3.34%	1270	3.34%	1239	0.81%	1249	1.63%
50.50.3	1239	1263	1.94%	1268	2.34%	1270	2.50%	1279	3.23%
50.50.4	1219	1238	1.56%	1236	1.39%	1226	0.57%	1225	0.49%
50.50.5	1225	1235	0.82%	1264	3.18%	1239	1.14%	1238	1.06%
50.100.1	2322	2347	1.08%	2349	1.16%	2344	0.95%	2369	2.02%
50.100.2	2325	2340	0.65%	2380	2.37%	2352	1.16%	2365	1.72%
50.100.3	2319	2368	2.11%	2376	2.46%	2330	0.47%	2368	2.11%
50.100.4	2339	2374	1.50%	2396	2.44%	2381	1.80%	2411	3.08%
50.100.5	2296	2348	2.26%	2362	2.87%	2309	0.57%	2329	1.44%
50.200.1	4442	4472	0.68%	4488	1.04%	4487	1.01%	4542	2.25%
50.200.2	4454	4494	0.90%	4521	1.50%	4507	1.19%	4536	1.84%
50.200.3	4462	4493	0.69%	4584	2.73%	4496	0.76%	4516	1.21%
50.200.4	4456	4491	0.79%	4516	1.35%	4502	1.03%	4507	1.14%
50.200.5	4439	4475	0.81%	4505	1.49%	4503	1.44%	4524	1.91%
75.10.1	293	312	6.48%	310	5.80%	304	3.75%	304	3.75%
75.10.2	285	318	11.58%	318	11.58%	302	5.96%	302	5.96%
75.10.3	286	299	4.55%	310	8.39%	296	3.50%	296	3.50%

Continua na próxima página

Tabela A.17

75.10.4	301	325	7.97%	321	6.64%	313	3.99%	313	3.99%
75.10.5	302	304	0.66%	304	0.66%	325	7.62%	315	4.30%
75.50.1	1190	1235	3.78%	1240	4.20%	1227	3.11%	1227	3.11%
75.50.2	1220	1247	2.21%	1247	2.21%	1255	2.87%	1251	2.54%
75.50.3	1243	1266	1.85%	1268	2.01%	1272	2.33%	1281	3.06%
75.50.4	1201	1220	1.58%	1228	2.25%	1210	0.75%	1236	2.91%
75.50.5	1183	1192	0.76%	1201	1.52%	1200	1.44%	1214	2.62%
75.100.1	2279	2313	1.49%	2361	3.60%	2314	1.54%	2325	2.02%
75.100.2	2309	2334	1.08%	2334	1.08%	2342	1.43%	2342	1.43%
75.100.3	2304	2337	1.43%	2339	1.52%	2329	1.09%	2347	1.87%
75.100.4	2281	2324	1.89%	2327	2.02%	2300	0.83%	2306	1.10%
75.100.5	2264	2279	0.66%	2319	2.43%	2304	1.77%	2329	2.87%
75.200.1	4438	4463	0.56%	4482	0.99%	4469	0.70%	4510	1.62%
75.200.2	4468	4501	0.74%	4501	0.74%	4532	1.43%	4558	2.01%
75.200.3	4462	4524	1.39%	4544	1.84%	4496	0.76%	4508	1.03%
75.200.4	4464	4526	1.39%	4536	1.61%	4509	1.01%	4552	1.97%
75.200.5	4425	4469	0.99%	4530	2.37%	4480	1.24%	4518	2.10%
100.10.1	288	299	3.82%	299	3.82%	300	4.17%	300	4.17%
100.10.2	279	297	6.45%	291	4.30%	307	10.04%	306	9.68%
100.10.3	284	285	0.35%	296	4.23%	289	1.76%	299	5.28%
100.10.4	309	309	0.00%	309	0.00%	324	4.85%	324	4.85%
100.10.5	302	329	8.94%	331	9.60%	318	5.30%	326	7.95%
100.100.1	2296	2332	1.57%	2335	1.70%	2368	3.14%	2368	3.14%
100.100.2	2292	2329	1.61%	2329	1.61%	2363	3.10%	2373	3.53%
100.100.3	2296	2334	1.66%	2343	2.05%	2336	1.74%	2349	2.31%
100.100.4	2287	2321	1.49%	2340	2.32%	2321	1.49%	2354	2.93%
100.100.5	2293	2334	1.79%	2374	3.53%	2335	1.83%	2343	2.18%
200.200.1	4400	4488	2.00%	4508	2.45%	4489	2.02%	4520	2.73%
200.200.3	4401	4454	1.20%	4482	1.84%	4463	1.41%	4522	2.75%

## A.8 Aplicação dos dois critérios do procedimento de pesquisa local à mesma solução

À melhor solução obtida pelo algoritmo genético é aplicado o procedimento de pesquisa local utilizando um dos critérios originando uma nova solução. A essa nova solução é aplicado novamente o procedimento de pesquisa local utilizando o outro critério. Testou-se utilizar o critério 1 seguido do critério 2 ( $C1 \rightarrow C2$ ) e o critério 2 seguido do critério 1 ( $C2 \rightarrow C1$ ). Na tabela A.18 estão presentes os resultados obtidos aplicando o procedimento descrito anteriormente a todas as hierarquias em estudo. Foram realizadas 1500 iterações dos algoritmos genéticos, 250 do procedimento de pesquisa local utilizando o primeiro critério escolhido e 250 utilizando o outro critério.

Tabela A.18: Aplicação dos dois critérios do procedimento de pesquisa local à mesma solução em todas as hierarquias em estudo

Instância	$Z(x^*)$	<i>AG – Rota + PL</i>			
		$C1 \rightarrow C2$		$C2 \rightarrow C1$	
		$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap
50.10.1	268	268	0.00%	268	0.00%
50.10.2	287	292	1.74%	292	1.74%
50.10.3	277	281	1.44%	281	1.44%
50.10.4	293	294	0.34%	294	0.34%
50.10.5	300	302	0.67%	302	0.67%
50.50.1	1204	1222	1.50%	1222	1.50%
50.50.2	1229	1269	3.25%	1269	3.25%
50.50.3	1239	1285	3.71%	1285	3.71%

Continua na próxima página

Tabela A.18

50.50.4	1219	1253	2.79%	1253	2.79%
50.50.5	1225	1261	2.94%	1267	3.43%
50.100.1	2322	2345	0.99%	2340	0.78%
50.100.2	2325	2347	0.95%	2337	0.52%
50.100.3	2319	2363	1.90%	2345	1.12%
50.100.4	2339	2371	1.37%	2371	1.37%
50.100.5	2296	2334	1.66%	2366	3.05%
50.200.1	4442	4452	0.23%	4452	0.23%
50.200.2	4454	4485	0.70%	4472	0.40%
50.200.3	4462	4482	0.45%	4482	0.45%
50.200.4	4456	4480	0.54%	4485	0.65%
50.200.5	4439	4533	2.12%	4517	1.76%
75.10.1	293	313	6.83%	313	6.83%
75.10.2	285	307	7.72%	307	7.72%
75.10.3	286	294	2.80%	294	2.80%
75.10.4	301	301	0.00%	301	0.00%
75.10.5	302	313	3.64%	307	1.66%
75.50.1	1190	1203	1.09%	1198	0.67%
75.50.2	1220	1257	3.03%	1244	1.97%
75.50.3	1243	1253	0.80%	1253	0.80%
75.50.4	1201	1208	0.58%	1215	1.17%
75.50.5	1183	1207	2.03%	1207	2.03%
75.100.1	2279	2297	0.79%	2297	0.79%
75.100.2	2309	2335	1.13%	2324	0.65%
75.100.3	2304	2332	1.22%	2345	1.78%
75.100.4	2281	2335	2.37%	2326	1.97%
75.100.5	2264	2317	2.34%	2305	1.81%
75.200.1	4438	4465	0.61%	4483	1.01%
75.200.2	4468	4520	1.16%	4522	1.21%
75.200.3	4462	4488	0.58%	4496	0.76%
75.200.4	4464	4522	1.30%	4503	0.87%
75.200.5	4425	4456	0.70%	4502	1.74%
100.10.1	288	304	5.56%	300	4.17%
100.10.2	279	295	5.73%	296	6.09%
100.10.3	284	305	7.39%	305	7.39%
100.10.4	309	313	1.29%	313	1.29%
100.10.5	302	318	5.30%	312	3.31%
100.100.1	2296	2351	2.40%	2361	2.83%
100.100.2	2292	2342	2.18%	2329	1.61%
100.100.3	2296	2358	2.70%	2318	0.96%
100.100.4	2287	2361	3.24%	2372	3.72%
100.100.5	2293	2346	2.31%	2329	1.57%
200.200.1	4400	4496	2.18%	4487	1.98%
200.200.3	4401	4491	2.04%	4493	2.09%
<i>BRKGA - Aquisição + PL</i>					
<i>C1 → C2</i>			<i>C2 → C1</i>		
Instância	$Z(x^*)$	$Z(x)$	<i>Gap</i>	$Z(x)$	<i>Gap</i>
50.10.1	268	268	0.00%	268	0.00%
50.10.2	287	289	0.70%	289	0.70%
50.10.3	277	283	2.17%	283	2.17%
50.10.4	293	300	2.39%	300	2.39%
50.10.5	300	305	1.67%	305	1.67%
50.50.1	1204	1223	1.58%	1232	2.33%
50.50.2	1229	1239	0.81%	1245	1.30%
50.50.3	1239	1255	1.29%	1261	1.78%
50.50.4	1219	1222	0.25%	1222	0.25%
50.50.5	1225	1254	2.37%	1254	2.37%
50.100.1	2322	2338	0.69%	2345	0.99%
50.100.2	2325	2364	1.68%	2364	1.68%
50.100.3	2319	2351	1.38%	2334	0.65%
50.100.4	2339	2373	1.45%	2365	1.11%
50.100.5	2296	2312	0.70%	2307	0.48%
50.200.1	4442	4500	1.31%	4488	1.04%
50.200.2	4454	4513	1.32%	4499	1.01%
50.200.3	4462	4555	2.08%	4555	2.08%
50.200.4	4456	4474	0.40%	4466	0.22%
50.200.5	4439	4513	1.67%	4504	1.46%
75.10.1	293	306	4.44%	306	4.44%
75.10.2	285	317	11.23%	317	11.23%
75.10.3	286	299	4.55%	299	4.55%
75.10.4	301	308	2.33%	308	2.33%
75.10.5	302	317	4.97%	310	2.65%
75.50.1	1190	1245	4.62%	1245	4.62%
75.50.2	1220	1253	2.70%	1263	3.52%
75.50.3	1243	1278	2.82%	1255	0.97%
75.50.4	1201	1224	1.92%	1224	1.92%

Continua na próxima página

Tabela A.18

75.50.5	1183	1194	0.93%	1194	0.93%
75.100.1	2279	2329	2.19%	2329	2.19%
75.100.2	2309	2328	0.82%	2328	0.82%
75.100.3	2304	2337	1.43%	2352	2.08%
75.100.4	2281	2305	1.05%	2305	1.05%
75.100.5	2264	2275	0.49%	2275	0.49%
75.200.1	4438	4475	0.83%	4490	1.17%
75.200.2	4468	4528	1.34%	4523	1.23%
75.200.3	4462	4511	1.10%	4501	0.87%
75.200.4	4464	4495	0.69%	4532	1.52%
75.200.5	4425	4501	1.72%	4501	1.72%
100.10.1	288	304	5.56%	304	5.56%
100.10.2	279	286	2.51%	292	4.66%
100.10.3	284	296	4.23%	298	4.93%
100.10.4	309	317	2.59%	317	2.59%
100.10.5	302	312	3.31%	312	3.31%
100.100.1	2296	2345	2.13%	2348	2.26%
100.100.2	2292	2350	2.53%	2350	2.53%
100.100.3	2296	2362	2.87%	2368	3.14%
100.100.4	2287	2331	1.92%	2331	1.92%
100.100.5	2293	2324	1.35%	2324	1.35%
200.200.1	4400	4486	1.95%	4464	1.45%
200.200.3	4401	4450	1.11%	4442	0.93%
<i>BRKGA – Completo + PL</i>					
<i>C1 → C2</i>			<i>C2 → C1</i>		
Instância	$Z(x^*)$	$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap
50.10.1	268	268	0.00%	268	0.00%
50.10.2	287	309	7.67%	309	7.67%
50.10.3	277	283	2.17%	283	2.17%
50.10.4	293	300	2.39%	300	2.39%
50.10.5	300	303	1.00%	303	1.00%
50.50.1	1204	1212	0.66%	1212	0.66%
50.50.2	1229	1256	2.20%	1256	2.20%
50.50.3	1239	1252	1.05%	1248	0.73%
50.50.4	1219	1236	1.39%	1233	1.15%
50.50.5	1225	1230	0.41%	1245	1.63%
50.100.1	2322	2350	1.21%	2332	0.43%
50.100.2	2325	2345	0.86%	2351	1.12%
50.100.3	2319	2335	0.69%	2335	0.69%
50.100.4	2339	2361	0.94%	2361	0.94%
50.100.5	2296	2328	1.39%	2325	1.26%
50.200.1	4442	4463	0.47%	4466	0.54%
50.200.2	4454	4514	1.35%	4509	1.23%
50.200.3	4462	4489	0.61%	4506	0.99%
50.200.4	4456	4487	0.70%	4487	0.70%
50.200.5	4439	4483	0.99%	4496	1.28%
75.10.1	293	306	4.44%	306	4.44%
75.10.2	285	301	5.61%	301	5.61%
75.10.3	286	299	4.55%	297	3.85%
75.10.4	301	314	4.32%	314	4.32%
75.10.5	302	315	4.30%	315	4.30%
75.50.1	1190	1226	3.03%	1226	3.03%
75.50.2	1220	1248	2.30%	1248	2.30%
75.50.3	1243	1268	2.01%	1268	2.01%
75.50.4	1201	1231	2.50%	1231	2.50%
75.50.5	1183	1214	2.62%	1193	0.85%
75.100.1	2279	2296	0.75%	2296	0.75%
75.100.2	2309	2350	1.78%	2350	1.78%
75.100.3	2304	2326	0.95%	2348	1.91%
75.100.4	2281	2313	1.40%	2286	0.22%
75.100.5	2264	2289	1.10%	2289	1.10%
75.200.1	4438	4475	0.83%	4483	1.01%
75.200.2	4468	4534	1.48%	4529	1.37%
75.200.3	4462	4500	0.85%	4515	1.19%
75.200.4	4464	4547	1.86%	4509	1.01%
75.200.5	4425	4480	1.24%	4476	1.15%
100.10.1	288	304	5.56%	311	7.99%
100.10.2	279	312	11.83%	312	11.83%
100.10.3	284	285	0.35%	288	1.41%
100.10.4	309	313	1.29%	313	1.29%
100.10.5	302	312	3.31%	317	4.97%
100.100.1	2296	2365	3.01%	2370	3.22%
100.100.2	2292	2339	2.05%	2355	2.75%
100.100.3	2296	2355	2.57%	2339	1.87%
100.100.4	2287	2327	1.75%	2338	2.23%
100.100.5	2293	2326	1.44%	2326	1.44%
Continua na próxima página					

Tabela A.18

200.200.1	4400	4460	1.36%	4449	1.11%
200.200.3	4401	4476	1.70%	4476	1.70%

## A.9 Aplicação do procedimento de pesquisa local *random*

A única diferença entre o procedimento de pesquisa local ( $PL$ ) e o procedimento de pesquisa local *random* ( $PL_R$ ) é que enquanto no primeiro o mercado a retirar da rota é aquele que origina um maior decréscimo no valor da solução, no segundo o mercado é escolhido de forma aleatória. Na tabela A.19 são apresentados os resultados obtidos aplicando o procedimento  $PL_R$  às melhores soluções obtidas pelos vários algoritmos genéticos em estudo.

Para a obtenção dos resultados foram efetuadas 1500 iterações do algoritmo genético e 500 do procedimento  $PL_R$ .

Tabela A.19: Aplicação da pesquisa local, com a escolha do mercado a retirar da rota aleatória, às várias hierarquias em estudo

Instância	$Z(x^*)$	$AG - Rota + PL_R$			
		C1		C2	
		$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap
50.10.1	268	268	0.00%	273	1.87%
50.10.2	287	292	1.74%	289	0.70%
50.10.3	277	281	1.44%	281	1.44%
50.10.4	293	293	0.00%	294	0.34%
50.10.5	300	302	0.67%	302	0.67%
50.50.1	1204	1204	0.00%	1221	1.41%
50.50.2	1229	1243	1.14%	1260	2.52%
50.50.3	1239	1242	0.24%	1264	2.02%
50.50.4	1219	1234	1.23%	1253	2.79%
50.50.5	1225	1235	0.82%	1257	2.61%
50.100.1	2322	2331	0.39%	2354	1.38%
50.100.2	2325	2332	0.30%	2343	0.77%
50.100.3	2319	2348	1.25%	2386	2.89%
50.100.4	2339	2342	0.13%	2391	2.22%
50.100.5	2296	2312	0.70%	2352	2.44%
50.200.1	4442	4453	0.25%	4478	0.81%
50.200.2	4454	4463	0.20%	4520	1.48%
50.200.3	4462	4472	0.22%	4526	1.43%
50.200.4	4456	4480	0.54%	4561	2.36%
50.200.5	4439	4449	0.23%	4516	1.73%
75.10.1	293	293	0.00%	293	0.00%
75.10.2	285	302	5.96%	306	7.37%
75.10.3	286	292	2.10%	295	3.15%
75.10.4	301	301	0.00%	301	0.00%
75.10.5	302	307	1.66%	304	0.66%
75.50.1	1190	1203	1.09%	1219	2.44%
75.50.2	1220	1236	1.31%	1239	1.56%
75.50.3	1243	1247	0.32%	1251	0.64%
75.50.4	1201	1205	0.33%	1220	1.58%
75.50.5	1183	1194	0.93%	1205	1.86%
75.100.1	2279	2308	1.27%	2303	1.05%
75.100.2	2309	2313	0.17%	2335	1.13%
75.100.3	2304	2321	0.74%	2347	1.87%
75.100.4	2281	2285	0.18%	2322	1.80%
75.100.5	2264	2281	0.75%	2319	2.43%
Continua na próxima página					

Tabela A.19

75.200.1	4438	4457	0.43%	4497	1.33%
75.200.2	4468	4484	0.36%	4534	1.48%
75.200.3	4462	4480	0.40%	4495	0.74%
75.200.4	4464	4480	0.36%	4503	0.87%
75.200.5	4425	4436	0.25%	4529	2.35%
100.10.1	288	300	4.17%	307	6.60%
100.10.2	279	286	2.51%	296	6.09%
100.10.3	284	285	0.35%	302	6.34%
100.10.4	309	312	0.97%	310	0.32%
100.10.5	302	317	4.97%	312	3.31%
100.100.1	2296	2333	1.61%	2357	2.66%
100.100.2	2292	2310	0.79%	2324	1.40%
100.100.3	2296	2304	0.35%	2352	2.44%
100.100.4	2287	2288	0.04%	2337	2.19%
100.100.5	2293	2299	0.26%	2332	1.70%
200.200.1	4400	4442	0.95%	4526	2.86%
200.200.3	4401	4443	0.95%	4495	2.14%
<i>BRKGA – Aquisição + PL<sub>R</sub></i>					
<i>C1</i>			<i>C2</i>		
Instância	$Z(x^*)$	$Z(x)$	<i>Gap</i>	$Z(x)$	<i>Gap</i>
50.10.1	268	268	0.00%	268	0.00%
50.10.2	287	289	0.70%	289	0.70%
50.10.3	277	281	1.44%	283	2.17%
50.10.4	293	298	1.71%	304	3.75%
50.10.5	300	305	1.67%	302	0.67%
50.50.1	1204	1221	1.41%	1225	1.74%
50.50.2	1229	1233	0.33%	1237	0.65%
50.50.3	1239	1242	0.24%	1249	0.81%
50.50.4	1219	1228	0.74%	1224	0.41%
50.50.5	1225	1230	0.41%	1254	2.37%
50.100.1	2322	2325	0.13%	2356	1.46%
50.100.2	2325	2335	0.43%	2372	2.02%
50.100.3	2319	2332	0.56%	2345	1.12%
50.100.4	2339	2342	0.13%	2389	2.14%
50.100.5	2296	2299	0.13%	2319	1.00%
50.200.1	4442	4453	0.25%	4492	1.13%
50.200.2	4454	4482	0.63%	4487	0.74%
50.200.3	4462	4473	0.25%	4530	1.52%
50.200.4	4456	4469	0.29%	4480	0.54%
50.200.5	4439	4450	0.25%	4510	1.60%
75.10.1	293	306	4.44%	300	2.39%
75.10.2	285	314	10.18%	313	9.82%
75.10.3	286	303	5.94%	303	5.94%
75.10.4	301	309	2.66%	307	1.99%
75.10.5	302	302	0.00%	311	2.98%
75.50.1	1190	1211	1.76%	1219	2.44%
75.50.2	1220	1236	1.31%	1261	3.36%
75.50.3	1243	1250	0.56%	1270	2.17%
75.50.4	1201	1204	0.25%	1225	2.00%
75.50.5	1183	1187	0.34%	1210	2.28%
75.100.1	2279	2302	1.01%	2316	1.62%
75.100.2	2309	2311	0.09%	2337	1.21%
75.100.3	2304	2315	0.48%	2345	1.78%
75.100.4	2281	2285	0.18%	2316	1.53%
75.100.5	2264	2269	0.22%	2296	1.41%
75.200.1	4438	4448	0.23%	4495	1.28%
75.200.2	4468	4482	0.31%	4541	1.63%
75.200.3	4462	4474	0.27%	4522	1.34%
75.200.4	4464	4476	0.27%	4502	0.85%
75.200.5	4425	4443	0.41%	4519	2.12%
100.10.1	288	300	4.17%	304	5.56%
100.10.2	279	286	2.51%	294	5.38%
100.10.3	284	285	0.35%	314	10.56%
100.10.4	309	312	0.97%	319	3.24%
100.10.5	302	317	4.97%	327	8.28%
100.100.1	2296	2328	1.39%	2348	2.26%
100.100.2	2292	2308	0.70%	2351	2.57%
100.100.3	2296	2304	0.35%	2345	2.13%
100.100.4	2287	2293	0.26%	2331	1.92%
100.100.5	2293	2305	0.52%	2326	1.44%
200.200.1	4400	4445	1.02%	4466	1.50%
200.200.3	4401	4433	0.73%	4502	2.29%
<i>BRKGA – Completo + PL<sub>R</sub></i>					
<i>C1</i>			<i>C2</i>		
Instância	$Z(x^*)$	$Z(x)$	<i>Gap</i>	$Z(x)$	<i>Gap</i>
50.10.1	268	268	0.00%	283	5.60%
Continua na próxima página					



Tabela A.19

50.10.2	287	292	1.74%	289	0.70%
50.10.3	277	283	2.17%	283	2.17%
50.10.4	293	298	1.71%	304	3.75%
50.10.5	300	305	1.67%	302	0.67%
50.50.1	1204	1215	0.91%	1246	3.49%
50.50.2	1229	1236	0.57%	1248	1.55%
50.50.3	1239	1241	0.16%	1261	1.78%
50.50.4	1219	1232	1.07%	1224	0.41%
50.50.5	1225	1231	0.49%	1233	0.65%
50.100.1	2322	2334	0.52%	2351	1.25%
50.100.2	2325	2344	0.82%	2359	1.46%
50.100.3	2319	2340	0.91%	2354	1.51%
50.100.4	2339	2344	0.21%	2376	1.58%
50.100.5	2296	2307	0.48%	2341	1.96%
50.200.1	4442	4447	0.11%	4497	1.24%
50.200.2	4454	4459	0.11%	4500	1.03%
50.200.3	4462	4496	0.76%	4507	1.01%
50.200.4	4456	4476	0.45%	4508	1.17%
50.200.5	4439	4443	0.09%	4502	1.42%
75.10.1	293	312	6.48%	304	3.75%
75.10.2	285	301	5.61%	301	5.61%
75.10.3	286	304	6.29%	304	6.29%
75.10.4	301	309	2.66%	307	1.99%
75.10.5	302	315	4.30%	315	4.30%
75.50.1	1190	1205	1.26%	1215	2.10%
75.50.2	1220	1238	1.48%	1258	3.11%
75.50.3	1243	1245	0.16%	1262	1.53%
75.50.4	1201	1204	0.25%	1224	1.92%
75.50.5	1183	1194	0.93%	1225	3.55%
75.100.1	2279	2296	0.75%	2310	1.36%
75.100.2	2309	2314	0.22%	2353	1.91%
75.100.3	2304	2317	0.56%	2346	1.82%
75.100.4	2281	2292	0.48%	2317	1.58%
75.100.5	2264	2265	0.04%	2296	1.41%
75.200.1	4438	4444	0.14%	4500	1.40%
75.200.2	4468	4481	0.29%	4521	1.19%
75.200.3	4462	4477	0.34%	4515	1.19%
75.200.4	4464	4484	0.45%	4531	1.50%
75.200.5	4425	4443	0.41%	4514	2.01%
100.10.1	288	300	4.17%	293	1.74%
100.10.2	279	286	2.51%	298	6.81%
100.10.3	284	285	0.35%	309	8.80%
100.10.4	309	312	0.97%	313	1.29%
100.10.5	302	316	4.64%	314	3.97%
100.100.1	2296	2327	1.35%	2337	1.79%
100.100.2	2292	2310	0.79%	2319	1.18%
100.100.3	2296	2299	0.13%	2356	2.61%
100.100.4	2287	2290	0.13%	2346	2.58%
100.100.5	2293	2303	0.44%	2342	2.14%
200.200.1	4400	4447	1.07%	4483	1.89%
200.200.3	4401	4433	0.73%	4489	2.00%

## A.10 Aplicação dos procedimentos de pesquisa local a uma solução admissível que contém todos os mercados

Aplicaram-se os procedimentos de pesquisa local ( $PL$ ) e pesquisa local *random* ( $PL_R$ ) a uma solução admissível para o problema que contém todos os mercados. As soluções apresentadas para o procedimento  $PL$  foram obtidas após 1000 iterações e, para obter as soluções recorrendo ao procedimento  $PL_R$  foram efetuadas 500 iterações.

Tabela A.20: Aplicação da pesquisa local a uma solução contendo todos os mercados

Instância	$Z(x^*)$	Pesquisa Local				Pesquisa Local <i>Random</i>			
		C1		C2		C1		C2	
		$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap
50.10.1	268	268	0.00%	283	5.60%	268	0.00%	283	5.60%
50.10.2	287	292	1.74%	292	1.74%	292	1.74%	289	0.70%
50.10.3	277	284	2.53%	300	8.30%	291	5.05%	291	5.05%
50.10.4	293	300	2.39%	300	2.39%	298	1.71%	301	2.73%
50.10.5	300	314	4.67%	315	5.00%	314	4.67%	315	5.00%
50.50.1	1204	1221	1.41%	1233	2.41%	1210	0.50%	1221	1.41%
50.50.2	1229	1247	1.46%	1283	4.39%	1242	1.06%	1237	0.65%
50.50.3	1239	1265	2.10%	1268	2.34%	1242	0.24%	1248	0.73%
50.50.4	1219	1252	2.71%	1256	3.04%	1232	1.07%	1249	2.46%
50.50.5	1225	1244	1.55%	1248	1.88%	1235	0.82%	1243	1.47%
50.100.1	2322	2341	0.82%	2363	1.77%	2329	0.30%	2368	1.98%
50.100.2	2325	2357	1.38%	2393	2.92%	2329	0.17%	2377	2.24%
50.100.3	2319	2371	2.24%	2372	2.29%	2319	0.00%	2368	2.11%
50.100.4	2339	2368	1.24%	2400	2.61%	2342	0.13%	2357	0.77%
50.100.5	2296	2304	0.35%	2330	1.48%	2308	0.52%	2309	0.57%
50.200.1	4442	4494	1.17%	4493	1.15%	4453	0.25%	4502	1.35%
50.200.2	4454	4520	1.48%	4534	1.80%	4473	0.43%	4514	1.35%
50.200.3	4462	4512	1.12%	4514	1.17%	4476	0.31%	4506	0.99%
50.200.4	4456	4487	0.70%	4516	1.35%	4470	0.31%	4495	0.88%
50.200.5	4439	4471	0.72%	4471	0.72%	4470	0.70%	4470	0.70%
75.10.1	293	312	6.48%	319	8.87%	309	5.46%	293	0.00%
75.10.2	285	328	15.09%	323	13.33%	317	11.23%	313	9.82%
75.10.3	286	298	4.20%	296	3.50%	293	2.45%	293	2.45%
75.10.4	301	314	4.32%	342	13.62%	303	0.66%	317	5.32%
75.10.5	302	311	2.98%	321	6.29%	310	2.65%	313	3.64%
75.50.1	1190	1233	3.61%	1247	4.79%	1205	1.26%	1218	2.35%
75.50.2	1220	1261	3.36%	1287	5.49%	1247	2.21%	1261	3.36%
75.50.3	1243	1267	1.93%	1267	1.93%	1250	0.56%	1260	1.37%
75.50.4	1201	1217	1.33%	1265	5.33%	1204	0.25%	1220	1.58%
75.50.5	1183	1234	4.31%	1236	4.48%	1194	0.93%	1215	2.70%
75.100.1	2279	2315	1.58%	2323	1.93%	2297	0.79%	2330	2.24%
75.100.2	2309	2331	0.95%	2345	1.56%	2310	0.04%	2352	1.86%
75.100.3	2304	2354	2.17%	2352	2.08%	2320	0.69%	2349	1.95%
75.100.4	2281	2300	0.83%	2331	2.19%	2281	0.00%	2328	2.06%
75.100.5	2264	2308	1.94%	2351	3.84%	2265	0.04%	2333	3.05%
75.200.1	4438	4461	0.52%	4474	0.81%	4450	0.27%	4471	0.74%
75.200.2	4468	4526	1.30%	4576	2.42%	4482	0.31%	4559	2.04%
75.200.3	4462	4500	0.85%	4513	1.14%	4504	0.94%	4516	1.21%
75.200.4	4464	4543	1.77%	4542	1.75%	4493	0.65%	4527	1.41%
75.200.5	4425	4484	1.33%	4488	1.42%	4441	0.36%	4510	1.92%
100.10.1	288	335	16.32%	319	10.76%	300	4.17%	307	6.60%
100.10.2	279	307	10.04%	317	13.62%	286	2.51%	296	6.09%
100.10.3	284	299	5.28%	299	5.28%	285	0.35%	300	5.63%
100.10.4	309	323	4.53%	313	1.29%	312	0.97%	310	0.32%
100.10.5	302	330	9.27%	326	7.95%	317	4.97%	314	3.97%
100.100.1	2296	2345	2.13%	2352	2.44%	2323	1.18%	2356	2.61%
100.100.2	2292	2334	1.83%	2330	1.66%	2306	0.61%	2309	0.74%
100.100.3	2296	2339	1.87%	2372	3.31%	2301	0.22%	2306	0.44%
100.100.4	2287	2409	5.33%	2409	5.33%	2299	0.52%	2342	2.40%
100.100.5	2293	2322	1.26%	2356	2.75%	2305	0.52%	2305	0.52%
200.200.1	4400	4470	1.59%	4519	2.70%	4445	1.02%	4514	2.59%
200.200.3	4401	4499	2.23%	4510	2.48%	4440	0.89%	4511	2.50%

## A.11 Povoar a população inicial

Na tabela A.21 são apresentadas as soluções obtidas utilizando um algoritmo genético com 10 indivíduos da população inicial gerados aleatoriamente e, os restantes 10, obtidos com recurso ao procedimento  $PL_R$  (com ambas os critérios) aplicado à solução admissível para o PTPSC que contém todos os mercados. Foram efetuadas 1500 iterações dos algoritmos genéticos para se atingir os re-

sultados apresentados.

Tabela A.21: Inserção de soluções obtidas recorrendo ao procedimento  $PL_R$  na população inicial do algoritmo genético

		<i>Povoar – Rota</i>			
		<i>C1</i>		<i>C2</i>	
Instância	$Z(x^*)$	$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap
50.10.1	268	268	0.00%	268	0.00%
50.10.2	287	292	1.74%	287	0.00%
50.10.3	277	277	0.00%	291	5.05%
50.10.4	293	293	0.00%	294	0.34%
50.10.5	300	313	4.33%	300	0.00%
50.50.1	1204	1208	0.33%	1221	1.41%
50.50.2	1229	1239	0.81%	1244	1.22%
50.50.3	1239	1241	0.16%	1271	2.58%
50.50.4	1219	1226	0.57%	1248	2.38%
50.50.5	1225	1230	0.41%	1236	0.90%
50.100.1	2322	2331	0.39%	2359	1.59%
50.100.2	2325	2355	1.29%	2344	0.82%
50.100.3	2319	2350	1.34%	2344	1.08%
50.100.4	2339	2371	1.37%	2360	0.90%
50.100.5	2296	2316	0.87%	2321	1.09%
50.200.1	4442	4469	0.61%	4496	1.22%
50.200.2	4454	4491	0.83%	4493	0.88%
50.200.3	4462	4494	0.72%	4482	0.45%
50.200.4	4456	4476	0.45%	4498	0.94%
50.200.5	4439	4459	0.45%	4469	0.68%
75.10.1	293	293	0.00%	305	4.10%
75.10.2	285	317	11.23%	302	5.96%
75.10.3	286	293	2.45%	292	2.10%
75.10.4	301	303	0.66%	317	5.32%
75.10.5	302	304	0.66%	307	1.66%
75.50.1	1190	1227	3.11%	1227	3.11%
75.50.2	1220	1243	1.89%	1277	4.67%
75.50.3	1243	1263	1.61%	1270	2.17%
75.50.4	1201	1205	0.33%	1226	2.08%
75.50.5	1183	1184	0.08%	1224	3.47%
75.100.1	2279	2301	0.97%	2311	1.40%
75.100.2	2309	2338	1.26%	2338	1.26%
75.100.3	2304	2347	1.87%	2346	1.82%
75.100.4	2281	2291	0.44%	2300	0.83%
75.100.5	2264	2276	0.53%	2310	2.03%
75.200.1	4438	4461	0.52%	4488	1.13%
75.200.2	4468	4505	0.83%	4558	2.01%
75.200.3	4462	4493	0.69%	4512	1.12%
75.200.4	4464	4498	0.76%	4539	1.68%
75.200.5	4425	4452	0.61%	4513	1.99%
100.10.1	288	292	1.39%	301	4.51%
100.10.2	279	286	2.51%	288	3.23%
100.10.3	284	285	0.35%	300	5.63%
100.10.4	309	312	0.97%	313	1.29%
100.10.5	302	317	4.97%	312	3.31%
100.100.1	2296	2350	2.35%	2346	2.18%
100.100.2	2292	2318	1.13%	2341	2.14%
100.100.3	2296	2327	1.35%	2357	2.66%
100.100.4	2287	2314	1.18%	2366	3.45%
100.100.5	2293	2332	1.70%	2334	1.79%
200.200.1	4400	4462	1.41%	4509	2.48%
200.200.3	4401	4458	1.30%	4515	2.59%
		<i>Povoar – Aquisição</i>			
		<i>C1</i>		<i>C2</i>	
Instância	$Z(x^*)$	$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap
50.10.1	268	268	0.00%	283	5.60%
50.10.2	287	292	1.74%	289	0.70%
50.10.3	277	281	1.44%	290	4.69%
50.10.4	293	298	1.71%	300	2.39%
50.10.5	300	314	4.67%	317	5.67%
50.50.1	1204	1217	1.08%	1221	1.41%
50.50.2	1229	1243	1.14%	1263	2.77%
50.50.3	1239	1246	0.56%	1271	2.58%
50.50.4	1219	1223	0.33%	1248	2.38%
50.50.5	1225	1243	1.47%	1235	0.82%
50.100.1	2322	2346	1.03%	2353	1.34%
Continua na próxima página					

Tabela A.21

50.100.2	2325	2335	0.43%	2389	2.75%
50.100.3	2319	2344	1.08%	2346	1.16%
50.100.4	2339	2376	1.58%	2374	1.50%
50.100.5	2296	2309	0.57%	2309	0.57%
50.200.1	4442	4459	0.38%	4491	1.10%
50.200.2	4454	4493	0.88%	4522	1.53%
50.200.3	4462	4478	0.36%	4510	1.08%
50.200.4	4456	4469	0.29%	4508	1.17%
50.200.5	4439	4449	0.23%	4483	0.99%
75.10.1	293	306	4.44%	293	0.00%
75.10.2	285	307	7.72%	298	4.56%
75.10.3	286	299	4.55%	310	8.39%
75.10.4	301	304	1.00%	303	0.66%
75.10.5	302	307	1.66%	321	6.29%
75.50.1	1190	1219	2.44%	1227	3.11%
75.50.2	1220	1236	1.31%	1270	4.10%
75.50.3	1243	1260	1.37%	1270	2.17%
75.50.4	1201	1246	3.75%	1243	3.50%
75.50.5	1183	1205	1.86%	1215	2.70%
75.100.1	2279	2317	1.67%	2333	2.37%
75.100.2	2309	2320	0.48%	2339	1.30%
75.100.3	2304	2324	0.87%	2350	2.00%
75.100.4	2281	2292	0.48%	2344	2.76%
75.100.5	2264	2279	0.66%	2305	1.81%
75.200.1	4438	4461	0.52%	4482	0.99%
75.200.2	4468	4516	1.07%	4524	1.25%
75.200.3	4462	4482	0.45%	4492	0.67%
75.200.4	4464	4516	1.16%	4541	1.72%
75.200.5	4425	4466	0.93%	4484	1.33%
100.10.1	288	300	4.17%	292	1.39%
100.10.2	279	286	2.51%	288	3.23%
100.10.3	284	285	0.35%	296	4.23%
100.10.4	309	310	0.32%	317	2.59%
100.10.5	302	319	5.63%	330	9.27%
100.100.1	2296	2343	2.05%	2369	3.18%
100.100.2	2292	2315	1.00%	2324	1.40%
100.100.3	2296	2335	1.70%	2355	2.57%
100.100.4	2287	2322	1.53%	2380	4.07%
100.100.5	2293	2324	1.35%	2337	1.92%
200.200.1	4400	4447	1.07%	4508	2.45%
200.200.3	4401	4469	1.55%	4502	2.29%
Povoar – Completo					
C1					
Instância	$Z(x^*)$	$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap
50.10.1	268	268	0.00%	283	5.60%
50.10.2	287	292	1.74%	289	0.70%
50.10.3	277	277	0.00%	290	4.69%
50.10.4	293	298	1.71%	301	2.73%
50.10.5	300	314	4.67%	302	0.67%
50.50.1	1204	1212	0.66%	1225	1.74%
50.50.2	1229	1251	1.79%	1250	1.71%
50.50.3	1239	1247	0.65%	1271	2.58%
50.50.4	1219	1233	1.15%	1249	2.46%
50.50.5	1225	1241	1.31%	1248	1.88%
50.100.1	2322	2348	1.12%	2365	1.85%
50.100.2	2325	2339	0.60%	2372	2.02%
50.100.3	2319	2325	0.26%	2367	2.07%
50.100.4	2339	2367	1.20%	2358	0.81%
50.100.5	2296	2306	0.44%	2316	0.87%
50.200.1	4442	4470	0.63%	4492	1.13%
50.200.2	4454	4479	0.56%	4501	1.06%
50.200.3	4462	4489	0.61%	4508	1.03%
50.200.4	4456	4490	0.76%	4496	0.90%
50.200.5	4439	4449	0.23%	4473	0.77%
75.10.1	293	293	0.00%	293	0.00%
75.10.2	285	305	7.02%	303	6.32%
75.10.3	286	295	3.15%	293	2.45%
75.10.4	301	309	2.66%	317	5.32%
75.10.5	302	304	0.66%	310	2.65%
75.50.1	1190	1223	2.77%	1235	3.78%
75.50.2	1220	1241	1.72%	1276	4.59%
75.50.3	1243	1260	1.37%	1270	2.17%
75.50.4	1201	1216	1.25%	1247	3.83%
75.50.5	1183	1214	2.62%	1232	4.14%
75.100.1	2279	2323	1.93%	2345	2.90%
75.100.2	2309	2313	0.17%	2343	1.47%
Continua na próxima página					

Tabela A.21

75.100.3	2304	2325	0.91%	2345	1.78%
75.100.4	2281	2296	0.66%	2311	1.32%
75.100.5	2264	2298	1.50%	2316	2.30%
75.200.1	4438	4461	0.52%	4489	1.15%
75.200.2	4468	4488	0.45%	4562	2.10%
75.200.3	4462	4521	1.32%	4513	1.14%
75.200.4	4464	4505	0.92%	4541	1.72%
75.200.5	4425	4462	0.84%	4484	1.33%
100.10.1	288	295	2.43%	317	10.07%
100.10.2	279	286	2.51%	308	10.39%
100.10.3	284	285	0.35%	296	4.23%
100.10.4	309	317	2.59%	332	7.44%
100.10.5	302	311	2.98%	313	3.64%
100.100.1	2296	2347	2.22%	2358	2.70%
100.100.2	2292	2306	0.61%	2344	2.27%
100.100.3	2296	2326	1.31%	2362	2.87%
100.100.4	2287	2338	2.23%	2393	4.63%
100.100.5	2293	2319	1.13%	2362	3.01%
200.200.1	4400	4446	1.05%	4516	2.64%
200.200.3	4401	4494	2.11%	4517	2.64%

## A.12 Aplicação das meta-heurísticas

Foram desenvolvidas duas meta-heurísticas: meta-heurística 1 e meta-heurística 2. Na primeira é aplicado o procedimento de pesquisa local às 4 melhores soluções presentes na população final do algoritmo genético, enquanto na meta-heurística 2 o procedimento de pesquisa local é aplicado à melhor solução, à pior e à solução de valor intermédio presentes na população final do algoritmo genético. Em ambas as meta-heurísticas continua-se a aplicar o procedimento de  $PL_R$  à melhor solução obtida pelo genético.

As tabelas A.22, A.23 e A.24 referem-se a soluções obtidas utilizando a meta-heurística 1. Foram testadas várias combinações do número de iterações do algoritmo genético e do número de iterações do procedimento de pesquisa local e apresentadas nas tabelas referidas.

Na tabela A.25 estão presentes os resultados obtidos utilizando a meta-heurística 2 com 1000 iterações do algoritmo genético e 500 do procedimento de pesquisa local.

Tabela A.22: Resultados obtidos aplicando o procedimento  $MH1$  com 1500 iterações de algoritmo genético e 500 de pesquisa local

Instância		$MH1 - Rota$			
		$C1$		$C2$	
		$Z(x^*)$	$Z(x)$	$Gap$	$Z(x)$
50.10.1	268	268	0.00%	273	1.87%
50.10.2	287	292	1.74%	289	0.70%
50.10.3	277	281	1.44%	283	2.17%
50.10.4	293	293	0.00%	294	0.34%
50.10.5	300	302	0.67%	302	0.67%
50.50.1	1204	1213	0.75%	1212	0.66%
50.50.2	1229	1236	0.57%	1258	2.36%
50.50.3	1239	1241	0.16%	1264	2.02%
50.50.4	1219	1221	0.16%	1233	1.15%
50.50.5	1225	1228	0.24%	1238	1.06%

Continua na próxima página

Tabela A.22

50.100.1	2322	2327	0.22%	2336	0.60%
50.100.2	2325	2332	0.30%	2344	0.82%
50.100.3	2319	2319	0.00%	2352	1.42%
50.100.4	2339	2344	0.21%	2356	0.73%
50.100.5	2296	2299	0.13%	2345	2.13%
50.200.1	4442	4450	0.18%	4478	0.81%
50.200.2	4454	4462	0.18%	4491	0.83%
50.200.3	4462	4464	0.04%	4483	0.47%
50.200.4	4456	4464	0.18%	4507	1.14%
50.200.5	4439	4443	0.09%	4494	1.24%
75.10.1	293	293	0.00%	293	0.00%
75.10.2	285	302	5.96%	306	7.37%
75.10.3	286	292	2.10%	295	3.15%
75.10.4	301	301	0.00%	301	0.00%
75.10.5	302	307	1.66%	305	0.99%
75.50.1	1190	1203	1.09%	1201	0.92%
75.50.2	1220	1235	1.23%	1237	1.39%
75.50.3	1243	1247	0.32%	1270	2.17%
75.50.4	1201	1203	0.17%	1221	1.67%
75.50.5	1183	1190	0.59%	1205	1.86%
75.100.1	2279	2285	0.26%	2290	0.48%
75.100.2	2309	2311	0.09%	2335	1.13%
75.100.3	2304	2317	0.56%	2338	1.48%
75.100.4	2281	2283	0.09%	2317	1.58%
75.100.5	2264	2265	0.04%	2296	1.41%
75.200.1	4438	4445	0.16%	4481	0.97%
75.200.2	4468	4481	0.29%	4519	1.14%
75.200.3	4462	4474	0.27%	4500	0.85%
75.200.4	4464	4480	0.36%	4515	1.14%
75.200.5	4425	4435	0.23%	4493	1.54%
100.10.1	288	294	2.08%	307	6.60%
100.10.2	279	286	2.51%	292	4.66%
100.10.3	284	285	0.35%	298	4.93%
100.10.4	309	312	0.97%	310	0.32%
100.10.5	302	315	4.30%	309	2.32%
100.100.1	2296	2324	1.22%	2345	2.13%
100.100.2	2292	2299	0.31%	2313	0.92%
100.100.3	2296	2296	0.00%	2343	2.05%
100.100.4	2287	2288	0.04%	2327	1.75%
100.100.5	2293	2302	0.39%	2325	1.40%
200.200.1	4400	4435	0.80%	4490	2.05%
200.200.3	4401	4429	0.64%	4483	1.86%

MH1 – Aquisição

		C1		C2	
Instância	$Z(x^*)$	$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap
50.10.1	268	268	0.00%	268	0.00%
50.10.2	287	287	0.00%	289	0.70%
50.10.3	277	281	1.44%	283	2.17%
50.10.4	293	298	1.71%	304	3.75%
50.10.5	300	305	1.67%	302	0.67%
50.50.1	1204	1212	0.66%	1225	1.74%
50.50.2	1229	1232	0.24%	1237	0.65%
50.50.3	1239	1241	0.16%	1242	0.24%
50.50.4	1219	1222	0.25%	1236	1.39%
50.50.5	1225	1228	0.24%	1241	1.31%
50.100.1	2322	2326	0.17%	2355	1.42%
50.100.2	2325	2328	0.13%	2360	1.51%
50.100.3	2319	2321	0.09%	2335	0.69%
50.100.4	2339	2342	0.13%	2357	0.77%
50.100.5	2296	2300	0.17%	2314	0.78%
50.200.1	4442	4449	0.16%	4481	0.88%
50.200.2	4454	4466	0.27%	4481	0.61%
50.200.3	4462	4466	0.09%	4509	1.05%
50.200.4	4456	4462	0.13%	4480	0.54%
50.200.5	4439	4447	0.18%	4506	1.51%
75.10.1	293	306	4.44%	293	0.00%
75.10.2	285	312	9.47%	303	6.32%
75.10.3	286	299	4.55%	299	4.55%
75.10.4	301	302	0.33%	307	1.99%
75.10.5	302	302	0.00%	302	0.00%
75.50.1	1190	1203	1.09%	1204	1.18%
75.50.2	1220	1233	1.07%	1237	1.39%
75.50.3	1243	1245	0.16%	1259	1.29%
75.50.4	1201	1201	0.00%	1221	1.67%
75.50.5	1183	1191	0.68%	1195	1.01%
75.100.1	2279	2297	0.79%	2291	0.53%

Continua na próxima página

Tabela A.22

75.100.2	2309	2311	0.09%	2325	0.69%
75.100.3	2304	2315	0.48%	2322	0.78%
75.100.4	2281	2281	0.00%	2306	1.10%
75.100.5	2264	2265	0.04%	2292	1.24%
75.200.1	4438	4444	0.14%	4487	1.10%
75.200.2	4468	4483	0.34%	4523	1.23%
75.200.3	4462	4474	0.27%	4490	0.63%
75.200.4	4464	4478	0.31%	4498	0.76%
75.200.5	4425	4433	0.18%	4498	1.65%
100.10.1	288	300	4.17%	296	2.78%
100.10.2	279	286	2.51%	294	5.38%
100.10.3	284	285	0.35%	296	4.23%
100.10.4	309	312	0.97%	316	2.27%
100.10.5	302	317	4.97%	312	3.31%
100.100.1	2296	2320	1.05%	2308	0.52%
100.100.2	2292	2307	0.65%	2311	0.83%
100.100.3	2296	2296	0.00%	2321	1.09%
100.100.4	2287	2288	0.04%	2314	1.18%
100.100.5	2293	2299	0.26%	2317	1.05%
200.200.1	4400	4439	0.89%	4473	1.66%
200.200.3	4401	4430	0.66%	4486	1.93%
<i>MH1 – Completo</i>					
<i>C1</i>			<i>C2</i>		
Instância	$Z(x^*)$	$Z(x)$	<i>Gap</i>	$Z(x)$	<i>Gap</i>
50.10.1	268	268	0.00%	283	5.60%
50.10.2	287	292	1.74%	289	0.70%
50.10.3	277	283	2.17%	283	2.17%
50.10.4	293	298	1.71%	304	3.75%
50.10.5	300	305	1.67%	300	0.00%
50.50.1	1204	1205	0.08%	1225	1.74%
50.50.2	1229	1236	0.57%	1240	0.90%
50.50.3	1239	1242	0.24%	1253	1.13%
50.50.4	1219	1219	0.00%	1233	1.15%
50.50.5	1225	1227	0.16%	1227	0.16%
50.100.1	2322	2324	0.09%	2344	0.95%
50.100.2	2325	2331	0.26%	2340	0.65%
50.100.3	2319	2322	0.13%	2337	0.78%
50.100.4	2339	2340	0.04%	2353	0.60%
50.100.5	2296	2296	0.00%	2321	1.09%
50.200.1	4442	4450	0.18%	4474	0.72%
50.200.2	4454	4464	0.22%	4488	0.76%
50.200.3	4462	4466	0.09%	4487	0.56%
50.200.4	4456	4465	0.20%	4494	0.85%
50.200.5	4439	4443	0.09%	4458	0.43%
75.10.1	293	309	5.46%	300	2.39%
75.10.2	285	301	5.61%	285	0.00%
75.10.3	286	300	4.90%	296	3.50%
75.10.4	301	309	2.66%	307	1.99%
75.10.5	302	312	3.31%	302	0.00%
75.50.1	1190	1203	1.09%	1214	2.02%
75.50.2	1220	1235	1.23%	1236	1.31%
75.50.3	1243	1245	0.16%	1254	0.88%
75.50.4	1201	1201	0.00%	1213	1.00%
75.50.5	1183	1187	0.34%	1204	1.78%
75.100.1	2279	2286	0.31%	2295	0.70%
75.100.2	2309	2311	0.09%	2323	0.61%
75.100.3	2304	2313	0.39%	2320	0.69%
75.100.4	2281	2281	0.00%	2310	1.27%
75.100.5	2264	2266	0.09%	2296	1.41%
75.200.1	4438	4442	0.09%	4487	1.10%
75.200.2	4468	4476	0.18%	4516	1.07%
75.200.3	4462	4475	0.29%	4512	1.12%
75.200.4	4464	4465	0.02%	4516	1.16%
75.200.5	4425	4432	0.16%	4498	1.65%
100.10.1	288	297	3.13%	293	1.74%
100.10.2	279	286	2.51%	281	0.72%
100.10.3	284	285	0.35%	299	5.28%
100.10.4	309	312	0.97%	313	1.29%
100.10.5	302	316	4.64%	312	3.31%
100.100.1	2296	2323	1.18%	2325	1.26%
100.100.2	2292	2306	0.61%	2319	1.18%
100.100.3	2296	2300	0.17%	2342	2.00%
100.100.4	2287	2288	0.04%	2338	2.23%
100.100.5	2293	2297	0.17%	2322	1.26%
200.200.1	4400	4439	0.89%	4470	1.59%
200.200.3	4401	4428	0.61%	4483	1.86%

Tabela A.23: Resultados obtidos aplicando o procedimento *MH1* com 1000 iterações de algoritmo genético e 500 de pesquisa local

		<i>MH1 – Rota</i>			
		<i>C1</i>		<i>C2</i>	
Instância	$Z(x^*)$	$Z(x)$	<i>Gap</i>	$Z(x)$	<i>Gap</i>
50.10.1	268	268	0.00%	273	1.87%
50.10.2	287	292	1.74%	289	0.70%
50.10.3	277	281	1.44%	281	1.44%
50.10.4	293	293	0.00%	294	0.34%
50.10.5	300	302	0.67%	302	0.67%
50.50.1	1204	1212	0.66%	1212	0.66%
50.50.2	1229	1232	0.24%	1246	1.38%
50.50.3	1239	1240	0.08%	1268	2.34%
50.50.4	1219	1221	0.16%	1224	0.41%
50.50.5	1225	1228	0.24%	1240	1.22%
50.100.1	2322	2329	0.30%	2336	0.60%
50.100.2	2325	2329	0.17%	2352	1.16%
50.100.3	2319	2321	0.09%	2342	0.99%
50.100.4	2339	2340	0.04%	2354	0.64%
50.100.5	2296	2303	0.30%	2332	1.57%
50.200.1	4442	4447	0.11%	4479	0.83%
50.200.2	4454	4459	0.11%	4491	0.83%
50.200.3	4462	4468	0.13%	4488	0.58%
50.200.4	4456	4466	0.22%	4502	1.03%
50.200.5	4439	4439	0.00%	4481	0.95%
75.10.1	293	293	0.00%	293	0.00%
75.10.2	285	302	5.96%	306	7.37%
75.10.3	286	292	2.10%	295	3.15%
75.10.4	301	301	0.00%	301	0.00%
75.10.5	302	307	1.66%	306	1.32%
75.50.1	1190	1205	1.26%	1197	0.59%
75.50.2	1220	1235	1.23%	1231	0.90%
75.50.3	1243	1245	0.16%	1269	2.09%
75.50.4	1201	1201	0.00%	1218	1.42%
75.50.5	1183	1189	0.51%	1205	1.86%
75.100.1	2279	2288	0.39%	2307	1.23%
75.100.2	2309	2311	0.09%	2323	0.61%
75.100.3	2304	2315	0.48%	2330	1.13%
75.100.4	2281	2285	0.18%	2311	1.32%
75.100.5	2264	2271	0.31%	2296	1.41%
75.200.1	4438	4447	0.20%	4479	0.92%
75.200.2	4468	4479	0.25%	4504	0.81%
75.200.3	4462	4471	0.20%	4486	0.54%
75.200.4	4464	4480	0.36%	4507	0.96%
75.200.5	4425	4435	0.23%	4493	1.54%
100.10.1	288	300	4.17%	307	6.60%
100.10.2	279	286	2.51%	288	3.23%
100.10.3	284	285	0.35%	298	4.93%
100.10.4	309	312	0.97%	311	0.65%
100.10.5	302	315	4.30%	309	2.32%
100.100.1	2296	2322	1.13%	2342	2.00%
100.100.2	2292	2309	0.74%	2315	1.00%
100.100.3	2296	2296	0.00%	2337	1.79%
100.100.4	2287	2288	0.04%	2329	1.84%
100.100.5	2293	2295	0.09%	2317	1.05%
200.200.1	4400	4441	0.93%	4488	2.00%
200.200.3	4401	4431	0.68%	4488	1.98%
		<i>MH1 – Aquisição</i>			
		<i>C1</i>		<i>C2</i>	
Instância	$Z(x^*)$	$Z(x)$	<i>Gap</i>	$Z(x)$	<i>Gap</i>
50.10.1	268	268	0.00%	268	0.00%
50.10.2	287	287	0.00%	289	0.70%
50.10.3	277	281	1.44%	283	2.17%
50.10.4	293	298	1.71%	304	3.75%
50.10.5	300	305	1.67%	302	0.67%
50.50.1	1204	1213	0.75%	1212	0.66%
50.50.2	1229	1233	0.33%	1237	0.65%
50.50.3	1239	1240	0.08%	1245	0.48%
50.50.4	1219	1221	0.16%	1235	1.31%
50.50.5	1225	1230	0.41%	1244	1.55%
50.100.1	2322	2325	0.13%	2340	0.78%
50.100.2	2325	2329	0.17%	2341	0.69%
Continua na próxima página					



Tabela A.23

50.100.3	2319	2321	0.09%	2331	0.52%
50.100.4	2339	2342	0.13%	2357	0.77%
50.100.5	2296	2299	0.13%	2307	0.48%
50.200.1	4442	4445	0.07%	4479	0.83%
50.200.2	4454	4466	0.27%	4495	0.92%
50.200.3	4462	4464	0.04%	4505	0.96%
50.200.4	4456	4464	0.18%	4482	0.58%
50.200.5	4439	4443	0.09%	4494	1.24%
75.10.1	293	304	3.75%	293	0.00%
75.10.2	285	312	9.47%	303	6.32%
75.10.3	286	299	4.55%	299	4.55%
75.10.4	301	302	0.33%	307	1.99%
75.10.5	302	302	0.00%	302	0.00%
75.50.1	1190	1203	1.09%	1202	1.01%
75.50.2	1220	1235	1.23%	1238	1.48%
75.50.3	1243	1245	0.16%	1259	1.29%
75.50.4	1201	1201	0.00%	1212	0.92%
75.50.5	1183	1189	0.51%	1195	1.01%
75.100.1	2279	2297	0.79%	2309	1.32%
75.100.2	2309	2310	0.04%	2335	1.13%
75.100.3	2304	2313	0.39%	2318	0.61%
75.100.4	2281	2285	0.18%	2289	0.35%
75.100.5	2264	2265	0.04%	2294	1.33%
75.200.1	4438	4444	0.14%	4491	1.19%
75.200.2	4468	4482	0.31%	4529	1.37%
75.200.3	4462	4472	0.22%	4492	0.67%
75.200.4	4464	4476	0.27%	4497	0.74%
75.200.5	4425	4430	0.11%	4484	1.33%
100.10.1	288	300	4.17%	299	3.82%
100.10.2	279	286	2.51%	292	4.66%
100.10.3	284	285	0.35%	296	4.23%
100.10.4	309	312	0.97%	316	2.27%
100.10.5	302	317	4.97%	312	3.31%
100.100.1	2296	2323	1.18%	2329	1.44%
100.100.2	2292	2297	0.22%	2334	1.83%
100.100.3	2296	2298	0.09%	2351	2.40%
100.100.4	2287	2291	0.17%	2313	1.14%
100.100.5	2293	2303	0.44%	2324	1.35%
200.200.1	4400	4444	1.00%	4493	2.11%
200.200.3	4401	4433	0.73%	4483	1.86%
<i>MH1 – Completo</i>					
<i>C1</i>			<i>C2</i>		
Instância	$Z(x^*)$	$Z(x)$	<i>Gap</i>	$Z(x)$	<i>Gap</i>
50.10.1	268	268	0.00%	283	5.60%
50.10.2	287	292	1.74%	289	0.70%
50.10.3	277	281	1.44%	283	2.17%
50.10.4	293	298	1.71%	304	3.75%
50.10.5	300	311	3.67%	302	0.67%
50.50.1	1204	1212	0.66%	1224	1.66%
50.50.2	1229	1236	0.57%	1237	0.65%
50.50.3	1239	1241	0.16%	1251	0.97%
50.50.4	1219	1222	0.25%	1240	1.72%
50.50.5	1225	1228	0.24%	1228	0.24%
50.100.1	2322	2325	0.13%	2341	0.82%
50.100.2	2325	2332	0.30%	2336	0.47%
50.100.3	2319	2321	0.09%	2322	0.13%
50.100.4	2339	2340	0.04%	2357	0.77%
50.100.5	2296	2299	0.13%	2324	1.22%
50.200.1	4442	4450	0.18%	4474	0.72%
50.200.2	4454	4459	0.11%	4474	0.45%
50.200.3	4462	4466	0.09%	4493	0.69%
50.200.4	4456	4465	0.20%	4505	1.10%
50.200.5	4439	4443	0.09%	4462	0.52%
75.10.1	293	309	5.46%	304	3.75%
75.10.2	285	301	5.61%	301	5.61%
75.10.3	286	299	4.55%	300	4.90%
75.10.4	301	309	2.66%	307	1.99%
75.10.5	302	310	2.65%	302	0.00%
75.50.1	1190	1205	1.26%	1213	1.93%
75.50.2	1220	1233	1.07%	1248	2.30%
75.50.3	1243	1245	0.16%	1262	1.53%
75.50.4	1201	1203	0.17%	1218	1.42%
75.50.5	1183	1189	0.51%	1199	1.35%
75.100.1	2279	2283	0.18%	2286	0.31%
75.100.2	2309	2311	0.09%	2342	1.43%
75.100.3	2304	2314	0.43%	2335	1.35%
Continua na próxima página					

Tabela A.23

75.100.4	2281	2281	0.00%	2304	1.01%
75.100.5	2264	2264	0.00%	2296	1.41%
75.200.1	4438	4445	0.16%	4499	1.37%
75.200.2	4468	4482	0.31%	4531	1.41%
75.200.3	4462	4477	0.34%	4488	0.58%
75.200.4	4464	4471	0.16%	4527	1.41%
75.200.5	4425	4438	0.29%	4493	1.54%
100.10.1	288	297	3.13%	293	1.74%
100.10.2	279	286	2.51%	281	0.72%
100.10.3	284	285	0.35%	297	4.58%
100.10.4	309	312	0.97%	313	1.29%
100.10.5	302	316	4.64%	312	3.31%
100.100.1	2296	2325	1.26%	2329	1.44%
100.100.2	2292	2309	0.74%	2300	0.35%
100.100.3	2296	2296	0.00%	2327	1.35%
100.100.4	2287	2290	0.13%	2354	2.93%
100.100.5	2293	2295	0.09%	2335	1.83%
200.200.1	4400	4437	0.84%	4479	1.80%
200.200.3	4401	4428	0.61%	4498	2.20%

Tabela A.24: Resultados obtidos aplicando o procedimento *MH1* com 1000 iterações de algoritmo genético e 1000 de pesquisa local

Instância	$Z(x^*)$	<i>MH1 – Rota</i>			
		<i>C1</i>		<i>C2</i>	
		$Z(x)$	<i>Gap</i>	$Z(x)$	<i>Gap</i>
50.10.1	268	268	0.00%	273	1.87%
50.10.2	287	292	1.74%	289	0.70%
50.10.3	277	281	1.44%	281	1.44%
50.10.4	293	293	0.00%	294	0.34%
50.10.5	300	302	0.67%	302	0.67%
50.50.1	1204	1204	0.00%	1212	0.66%
50.50.2	1229	1232	0.24%	1237	0.65%
50.50.3	1239	1241	0.16%	1257	1.45%
50.50.4	1219	1221	0.16%	1224	0.41%
50.50.5	1225	1228	0.24%	1240	1.22%
50.100.1	2322	2329	0.30%	2336	0.60%
50.100.2	2325	2329	0.17%	2343	0.77%
50.100.3	2319	2320	0.04%	2342	0.99%
50.100.4	2339	2340	0.04%	2368	1.24%
50.100.5	2296	2303	0.30%	2332	1.57%
50.200.1	4442	4448	0.14%	4479	0.83%
50.200.2	4454	4464	0.22%	4490	0.81%
50.200.3	4462	4464	0.04%	4479	0.38%
50.200.4	4456	4466	0.22%	4502	1.03%
50.200.5	4439	4443	0.09%	4481	0.95%
75.10.1	293	293	0.00%	293	0.00%
75.10.2	285	302	5.96%	306	7.37%
75.10.3	286	292	2.10%	295	3.15%
75.10.4	301	301	0.00%	301	0.00%
75.10.5	302	307	1.66%	306	1.32%
75.50.1	1190	1205	1.26%	1221	2.61%
75.50.2	1220	1235	1.23%	1237	1.39%
75.50.3	1243	1245	0.16%	1267	1.93%
75.50.4	1201	1203	0.17%	1219	1.50%
75.50.5	1183	1187	0.34%	1205	1.86%
75.100.1	2279	2297	0.79%	2310	1.36%
75.100.2	2309	2310	0.04%	2323	0.61%
75.100.3	2304	2316	0.52%	2330	1.13%
75.100.4	2281	2281	0.00%	2320	1.71%
75.100.5	2264	2265	0.04%	2304	1.77%
75.200.1	4438	4444	0.14%	4456	0.41%
75.200.2	4468	4479	0.25%	4504	0.81%
75.200.3	4462	4471	0.20%	4486	0.54%
75.200.4	4464	4475	0.25%	4507	0.96%
75.200.5	4425	4428	0.07%	4500	1.69%
100.10.1	288	300	4.17%	307	6.60%
100.10.2	279	286	2.51%	288	3.23%
100.10.3	284	285	0.35%	302	6.34%
100.10.4	309	312	0.97%	313	1.29%
100.10.5	302	315	4.30%	306	1.32%

Continua na próxima página

Tabela A.24

100.100.1	2296	2319	1.00%	2342	2.00%
100.100.2	2292	2301	0.39%	2325	1.44%
100.100.3	2296	2296	0.00%	2336	1.74%
100.100.4	2287	2290	0.13%	2329	1.84%
100.100.5	2293	2295	0.09%	2328	1.53%
200.200.1	4400	4441	0.93%	4466	1.50%
200.200.3	4401	4428	0.61%	4482	1.84%
<i>MH1 – Aquisição</i>					
		<i>C1</i>		<i>C2</i>	
<i>Instância</i>	<i>Z(x*)</i>	<i>Z(x)</i>	<i>Gap</i>	<i>Z(x)</i>	<i>Gap</i>
50.10.1	268	268	0.00%	268	0.00%
50.10.2	287	287	0.00%	289	0.70%
50.10.3	277	281	1.44%	283	2.17%
50.10.4	293	298	1.71%	304	3.75%
50.10.5	300	305	1.67%	302	0.67%
50.50.1	1204	1213	0.75%	1212	0.66%
50.50.2	1229	1235	0.49%	1237	0.65%
50.50.3	1239	1240	0.08%	1255	1.29%
50.50.4	1219	1221	0.16%	1229	0.82%
50.50.5	1225	1228	0.24%	1244	1.55%
50.100.1	2322	2322	0.00%	2340	0.78%
50.100.2	2325	2330	0.22%	2341	0.69%
50.100.3	2319	2321	0.09%	2331	0.52%
50.100.4	2339	2342	0.13%	2348	0.38%
50.100.5	2296	2299	0.13%	2307	0.48%
50.200.1	4442	4445	0.07%	4483	0.92%
50.200.2	4454	4461	0.16%	4509	1.23%
50.200.3	4462	4464	0.04%	4506	0.99%
50.200.4	4456	4464	0.18%	4486	0.67%
50.200.5	4439	4444	0.11%	4481	0.95%
75.10.1	293	304	3.75%	300	2.39%
75.10.2	285	314	10.18%	303	6.32%
75.10.3	286	299	4.55%	299	4.55%
75.10.4	301	302	0.33%	307	1.99%
75.10.5	302	302	0.00%	302	0.00%
75.50.1	1190	1203	1.09%	1213	1.93%
75.50.2	1220	1234	1.15%	1238	1.48%
75.50.3	1243	1245	0.16%	1255	0.97%
75.50.4	1201	1203	0.17%	1212	0.92%
75.50.5	1183	1187	0.34%	1195	1.01%
75.100.1	2279	2296	0.75%	2318	1.71%
75.100.2	2309	2310	0.04%	2335	1.13%
75.100.3	2304	2313	0.39%	2318	0.61%
75.100.4	2281	2281	0.00%	2302	0.92%
75.100.5	2264	2265	0.04%	2294	1.33%
75.200.1	4438	4442	0.09%	4487	1.10%
75.200.2	4468	4477	0.20%	4529	1.37%
75.200.3	4462	4472	0.22%	4492	0.67%
75.200.4	4464	4476	0.27%	4497	0.74%
75.200.5	4425	4429	0.09%	4491	1.49%
100.10.1	288	300	4.17%	299	3.82%
100.10.2	279	286	2.51%	292	4.66%
100.10.3	284	285	0.35%	296	4.23%
100.10.4	309	312	0.97%	316	2.27%
100.10.5	302	317	4.97%	312	3.31%
100.100.1	2296	2319	1.00%	2329	1.44%
100.100.2	2292	2302	0.44%	2332	1.75%
100.100.3	2296	2299	0.13%	2323	1.18%
100.100.4	2287	2291	0.17%	2313	1.14%
100.100.5	2293	2297	0.17%	2326	1.44%
200.200.1	4400	4436	0.82%	4492	2.09%
200.200.3	4401	4425	0.55%	4483	1.86%
<i>MH1 – Completo</i>					
		<i>C1</i>		<i>C2</i>	
<i>Instância</i>	<i>Z(x*)</i>	<i>Z(x)</i>	<i>Gap</i>	<i>Z(x)</i>	<i>Gap</i>
50.10.1	268	268	0.00%	283	5.60%
50.10.2	287	292	1.74%	289	0.70%
50.10.3	277	281	1.44%	283	2.17%
50.10.4	293	298	1.71%	304	3.75%
50.10.5	300	311	3.67%	302	0.67%
50.50.1	1204	1207	0.25%	1224	1.66%
50.50.2	1229	1236	0.57%	1250	1.71%
50.50.3	1239	1241	0.16%	1251	0.97%
50.50.4	1219	1222	0.25%	1235	1.31%
50.50.5	1225	1228	0.24%	1228	0.24%
50.100.1	2322	2325	0.13%	2341	0.82%

Continua na próxima página

Tabela A.24

50.100.2	2325	2330	0.22%	2336	0.47%
50.100.3	2319	2321	0.09%	2322	0.13%
50.100.4	2339	2342	0.13%	2351	0.51%
50.100.5	2296	2300	0.17%	2324	1.22%
50.200.1	4442	4451	0.20%	4476	0.77%
50.200.2	4454	4459	0.11%	4474	0.45%
50.200.3	4462	4466	0.09%	4493	0.69%
50.200.4	4456	4465	0.20%	4503	1.05%
50.200.5	4439	4443	0.09%	4453	0.32%
75.10.1	293	309	5.46%	304	3.75%
75.10.2	285	301	5.61%	301	5.61%
75.10.3	286	299	4.55%	300	4.90%
75.10.4	301	309	2.66%	307	1.99%
75.10.5	302	310	2.65%	302	0.00%
75.50.1	1190	1203	1.09%	1202	1.01%
75.50.2	1220	1233	1.07%	1245	2.05%
75.50.3	1243	1245	0.16%	1263	1.61%
75.50.4	1201	1203	0.17%	1218	1.42%
75.50.5	1183	1187	0.34%	1199	1.35%
75.100.1	2279	2283	0.18%	2299	0.88%
75.100.2	2309	2311	0.09%	2330	0.91%
75.100.3	2304	2313	0.39%	2339	1.52%
75.100.4	2281	2281	0.00%	2310	1.27%
75.100.5	2264	2267	0.13%	2280	0.71%
75.200.1	4438	4442	0.09%	4477	0.88%
75.200.2	4468	4481	0.29%	4524	1.25%
75.200.3	4462	4476	0.31%	4500	0.85%
75.200.4	4464	4471	0.16%	4527	1.41%
75.200.5	4425	4436	0.25%	4500	1.69%
100.10.1	288	297	3.13%	293	1.74%
100.10.2	279	286	2.51%	281	0.72%
100.10.3	284	285	0.35%	297	4.58%
100.10.4	309	312	0.97%	313	1.29%
100.10.5	302	316	4.64%	312	3.31%
100.100.1	2296	2321	1.09%	2318	0.96%
100.100.2	2292	2309	0.74%	2326	1.48%
100.100.3	2296	2296	0.00%	2327	1.35%
100.100.4	2287	2288	0.04%	2351	2.80%
100.100.5	2293	2295	0.09%	2335	1.83%
200.200.1	4400	4437	0.84%	4475	1.70%
200.200.3	4401	4428	0.61%	4502	2.29%

Tabela A.25: Resultados obtidos aplicando o procedimento  $MH2$ 

Instância	$Z(x^*)$	$MH2 - Rota$			
		C1		C2	
		$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap
50.10.1	268	268	0.00%	273	1.87%
50.10.2	287	292	1.74%	289	0.70%
50.10.3	277	281	1.44%	281	1.44%
50.10.4	293	293	0.00%	294	0.34%
50.10.5	300	302	0.67%	302	0.67%
50.50.1	1204	1212	0.66%	1217	1.08%
50.50.2	1229	1232	0.24%	1250	1.71%
50.50.3	1239	1241	0.16%	1260	1.69%
50.50.4	1219	1224	0.41%	1224	0.41%
50.50.5	1225	1228	0.24%	1240	1.22%
50.100.1	2322	2329	0.30%	2336	0.60%
50.100.2	2325	2329	0.17%	2353	1.20%
50.100.3	2319	2321	0.09%	2342	0.99%
50.100.4	2339	2340	0.04%	2354	0.64%
50.100.5	2296	2303	0.30%	2340	1.92%
50.200.1	4442	4452	0.23%	4485	0.97%
50.200.2	4454	4459	0.11%	4495	0.92%
50.200.3	4462	4469	0.16%	4494	0.72%
50.200.4	4456	4466	0.22%	4502	1.03%
50.200.5	4439	4439	0.00%	4500	1.37%
75.10.1	293	293	0.00%	293	0.00%
75.10.2	285	302	5.96%	306	7.37%
75.10.3	286	292	2.10%	295	3.15%
75.10.4	301	301	0.00%	301	0.00%
75.10.5	302	307	1.66%	306	1.32%

Continua na próxima página

Tabela A.25

75.50.1	1190	1211	1.76%	1197	0.59%
75.50.2	1220	1235	1.23%	1237	1.39%
75.50.3	1243	1256	1.05%	1269	2.09%
75.50.4	1201	1201	0.00%	1218	1.42%
75.50.5	1183	1189	0.51%	1205	1.86%
75.100.1	2279	2295	0.70%	2307	1.23%
75.100.2	2309	2311	0.09%	2333	1.04%
75.100.3	2304	2316	0.52%	2330	1.13%
75.100.4	2281	2289	0.35%	2311	1.32%
75.100.5	2264	2271	0.31%	2295	1.37%
75.200.1	4438	4447	0.20%	4492	1.22%
75.200.2	4468	4479	0.25%	4504	0.81%
75.200.3	4462	4476	0.31%	4486	0.54%
75.200.4	4464	4480	0.36%	4507	0.96%
75.200.5	4425	4443	0.41%	4493	1.54%
100.10.1	288	300	4.17%	307	6.60%
100.10.2	279	286	2.51%	288	3.23%
100.10.3	284	285	0.35%	298	4.93%
100.10.4	309	312	0.97%	311	0.65%
100.10.5	302	315	4.30%	309	2.32%
100.100.1	2296	2327	1.35%	2342	2.00%
100.100.2	2292	2312	0.87%	2315	1.00%
100.100.3	2296	2296	0.00%	2337	1.79%
100.100.4	2287	2291	0.17%	2338	2.23%
100.100.5	2293	2303	0.44%	2317	1.05%
200.200.1	4400	4443	0.98%	4488	2.00%
200.200.3	4401	4435	0.77%	4488	1.98%
<i>MH2 – Aquisição</i>					
		<i>C1</i>		<i>C2</i>	
<i>Instância</i>	<i>Z(x*)</i>	<i>Z(x)</i>	<i>Gap</i>	<i>Z(x)</i>	<i>Gap</i>
50.10.1	268	268	0.00%	268	0.00%
50.10.2	287	287	0.00%	289	0.70%
50.10.3	277	281	1.44%	283	2.17%
50.10.4	293	293	0.00%	294	0.34%
50.10.5	300	305	1.67%	300	0.00%
50.50.1	1204	1212	0.66%	1212	0.66%
50.50.2	1229	1233	0.33%	1237	0.65%
50.50.3	1239	1241	0.16%	1245	0.48%
50.50.4	1219	1221	0.16%	1235	1.31%
50.50.5	1225	1230	0.41%	1251	2.12%
50.100.1	2322	2324	0.09%	2340	0.78%
50.100.2	2325	2334	0.39%	2343	0.77%
50.100.3	2319	2321	0.09%	2331	0.52%
50.100.4	2339	2346	0.30%	2348	0.38%
50.100.5	2296	2302	0.26%	2307	0.48%
50.200.1	4442	4448	0.14%	4479	0.83%
50.200.2	4454	4468	0.31%	4503	1.10%
50.200.3	4462	4467	0.11%	4505	0.96%
50.200.4	4456	4468	0.27%	4486	0.67%
50.200.5	4439	4444	0.11%	4494	1.24%
75.10.1	293	304	3.75%	300	2.39%
75.10.2	285	312	9.47%	313	9.82%
75.10.3	286	299	4.55%	299	4.55%
75.10.4	301	302	0.33%	307	1.99%
75.10.5	302	302	0.00%	302	0.00%
75.50.1	1190	1203	1.09%	1216	2.18%
75.50.2	1220	1231	0.90%	1229	0.74%
75.50.3	1243	1245	0.16%	1259	1.29%
75.50.4	1201	1205	0.33%	1206	0.42%
75.50.5	1183	1189	0.51%	1195	1.01%
75.100.1	2279	2296	0.75%	2303	1.05%
75.100.2	2309	2309	0.00%	2335	1.13%
75.100.3	2304	2315	0.48%	2318	0.61%
75.100.4	2281	2289	0.35%	2289	0.35%
75.100.5	2264	2265	0.04%	2294	1.33%
75.200.1	4438	4444	0.14%	4492	1.22%
75.200.2	4468	4482	0.31%	4530	1.39%
75.200.3	4462	4471	0.20%	4492	0.67%
75.200.4	4464	4476	0.27%	4497	0.74%
75.200.5	4425	4429	0.09%	4491	1.49%
100.10.1	288	300	4.17%	303	5.21%
100.10.2	279	286	2.51%	279	0.00%
100.10.3	284	285	0.35%	287	1.06%
100.10.4	309	312	0.97%	316	2.27%
100.10.5	302	317	4.97%	312	3.31%
100.100.1	2296	2323	1.18%	2340	1.92%
Continua na próxima página					

**Tabela A.25**

100.100.2	2292	2297	0.22%	2329	1.61%
100.100.3	2296	2298	0.09%	2330	1.48%
100.100.4	2287	2291	0.17%	2313	1.14%
100.100.5	2293	2297	0.17%	2318	1.09%
200.200.1	4400	4439	0.89%	4488	2.00%
200.200.3	4401	4429	0.64%	4482	1.84%
<i>MH2 – Completo</i>					
<i>C1</i>					
<i>C2</i>					
Instância	$Z(x^*)$	$Z(x)$	Gap	$Z(x)$	Gap
50.10.1	268	268	0.00%	276	2.99%
50.10.2	287	292	1.74%	289	0.70%
50.10.3	277	281	1.44%	283	2.17%
50.10.4	293	298	1.71%	301	2.73%
50.10.5	300	311	3.67%	302	0.67%
50.50.1	1204	1207	0.25%	1226	1.83%
50.50.2	1229	1236	0.57%	1237	0.65%
50.50.3	1239	1242	0.24%	1251	0.97%
50.50.4	1219	1222	0.25%	1224	0.41%
50.50.5	1225	1228	0.24%	1228	0.24%
50.100.1	2322	2325	0.13%	2346	1.03%
50.100.2	2325	2332	0.30%	2336	0.47%
50.100.3	2319	2321	0.09%	2343	1.03%
50.100.4	2339	2349	0.43%	2350	0.47%
50.100.5	2296	2300	0.17%	2324	1.22%
50.200.1	4442	4450	0.18%	4474	0.72%
50.200.2	4454	4465	0.25%	4481	0.61%
50.200.3	4462	4466	0.09%	4507	1.01%
50.200.4	4456	4465	0.20%	4495	0.88%
50.200.5	4439	4443	0.09%	4462	0.52%
75.10.1	293	309	5.46%	304	3.75%
75.10.2	285	301	5.61%	301	5.61%
75.10.3	286	299	4.55%	300	4.90%
75.10.4	301	309	2.66%	307	1.99%
75.10.5	302	310	2.65%	302	0.00%
75.50.1	1190	1203	1.09%	1216	2.18%
75.50.2	1220	1224	0.33%	1244	1.97%
75.50.3	1243	1245	0.16%	1256	1.05%
75.50.4	1201	1203	0.17%	1218	1.42%
75.50.5	1183	1192	0.76%	1201	1.52%
75.100.1	2279	2283	0.18%	2286	0.31%
75.100.2	2309	2311	0.09%	2338	1.26%
75.100.3	2304	2313	0.39%	2326	0.95%
75.100.4	2281	2281	0.00%	2301	0.88%
75.100.5	2264	2266	0.09%	2295	1.37%
75.200.1	4438	4446	0.18%	4500	1.40%
75.200.2	4468	4482	0.31%	4531	1.41%
75.200.3	4462	4481	0.43%	4488	0.58%
75.200.4	4464	4471	0.16%	4502	0.85%
75.200.5	4425	4438	0.29%	4492	1.51%
100.10.1	288	297	3.13%	301	4.51%
100.10.2	279	286	2.51%	279	0.00%
100.10.3	284	285	0.35%	296	4.23%
100.10.4	309	312	0.97%	310	0.32%
100.10.5	302	315	4.30%	313	3.64%
100.100.1	2296	2320	1.05%	2361	2.83%
100.100.2	2292	2307	0.65%	2339	2.05%
100.100.3	2296	2296	0.00%	2341	1.96%
100.100.4	2287	2293	0.26%	2342	2.40%
100.100.5	2293	2295	0.09%	2344	2.22%
200.200.1	4400	4437	0.84%	4483	1.89%
200.200.3	4401	4425	0.55%	4485	1.91%

## A.13 Resultados finais

Na tabela A.26 encontram-se os resultados obtidos para uma mesma instância utilizando 30 *seeds* distintas para verificar a robustez dos métodos utilizados. Na tabela A.27 é possível observar os resultados obtidos efetuando 5 corridas de

cada uma das instâncias de teste utilizadas. Em ambas as tabelas os resultados foram obtidos após 1000 iterações do algoritmo genético e 500 da pesquisa local *random*.

Na coluna  $t_s$  é apresentado o tempo, em segundos, até à obtenção das soluções apresentadas.

Tabela A.26: Repetição da instância 100.50.1

Seed	MH1 – Rota			MH2 – Aquisição			MH2 – Completo		
	$Z(x)$	Gap	$t_s$	$Z(x)$	Gap	$t_s$	$Z(x)$	Gap	$t_s$
1	1179	0.86%	54.24	1182	1.11%	92.22	1182	1.11%	66.66
2	1181	1.03%	49.7	1182	1.11%	87.25	1180	0.94%	67.03
3	1181	1.03%	51.69	1182	1.11%	84.41	1184	1.28%	67.68
4	1182	1.11%	54.32	1182	1.11%	99.74	1182	1.11%	72.84
5	1173	0.34%	57.53	1181	1.03%	100.45	1184	1.28%	71.75
6	1181	1.03%	58.14	1182	1.11%	97.8	1181	1.03%	75.15
7	1182	1.11%	59.04	1173	0.34%	102.17	1182	1.11%	75.53
8	1174	0.43%	54.61	1181	1.03%	92.53	1174	0.43%	63.54
9	1174	0.43%	53.02	1184	1.28%	102.8	1180	0.94%	73.96
10	1174	0.43%	59.61	1181	1.03%	97.58	1174	0.43%	76.02
11	1180	0.94%	53.23	1184	1.28%	98.75	1183	1.20%	70.02
12	1174	0.43%	52.97	1182	1.11%	96.79	1184	1.28%	69.33
13	1182	1.11%	53.28	1182	1.11%	102.34	1184	1.28%	64.7
14	1181	1.03%	46.08	1175	0.51%	95.12	1182	1.11%	68.33
15	1174	0.43%	59.2	1181	1.03%	91.82	1182	1.11%	67.53
16	1179	0.86%	53.41	1182	1.11%	90.27	1174	0.43%	65.03
17	1181	1.03%	45.32	1177	0.68%	93.84	1182	1.11%	68.9
18	1178	0.77%	57.82	1181	1.03%	93.34	1182	1.11%	63.17
19	1182	1.11%	49.1	1181	1.03%	94.77	1182	1.11%	70.06
20	1181	1.03%	52.22	1174	0.43%	97.65	1178	0.77%	69.24
21	1182	1.11%	49.1	1182	1.11%	96.05	1182	1.11%	68.16
22	1174	0.43%	50.76	1181	1.03%	96.99	1181	1.03%	66.49
23	1182	1.11%	46.74	1182	1.11%	77.34	1181	1.03%	57.88
24	1174	0.43%	49.74	1182	1.11%	75.03	1182	1.11%	60.3
25	1181	1.03%	43.84	1179	0.86%	67.34	1182	1.11%	43.75
26	1174	0.43%	52.18	1178	0.77%	90.12	1181	1.03%	60.41
27	1181	1.03%	45.89	1181	1.03%	78.54	1181	1.03%	56.65
28	1181	1.03%	49.19	1182	1.11%	92.7	1181	1.03%	67.67
29	1174	0.43%	49.56	1182	1.11%	90.45	1179	0.86%	66.66
30	1181	1.03%	54.54	1181	1.03%	96	1184	1.28%	59.43

Tabela A.27: Resultados obtidos nas 5 corridas efetuadas para cada uma das instâncias de teste

Instância	Seed	MH1 – Rota			MH2 – Aquisição			MH2 – Completo		
		$Z(x)$	Gap	$t_s$	$Z(x)$	Gap	$t_s$	$Z(x)$	Gap	$t_s$
50.50.1	1	1212	0.66%	37.69	1212	0.66%	66.18	1207	0.25%	52.24
	2	1204	0.00%	39.21	1207	0.25%	70.31	1212	0.66%	53.37
	3	1207	0.25%	28.03	1212	0.66%	69.42	1207	0.25%	46.07
	4	1212	0.66%	37.41	1212	0.66%	69.43	1207	0.25%	55.08
	5	1212	0.66%	38.17	1205	0.08%	67.35	1212	0.66%	53.51
50.50.2	1	1232	0.24%	15.85	1233	0.33%	54.85	1236	0.57%	36.28
	2	1236	0.57%	20.59	1235	0.49%	56.72	1236	0.57%	40.38
	3	1235	0.49%	21.79	1235	0.49%	61.48	1233	0.33%	38.74
	4	1236	0.57%	20.73	1236	0.57%	57.37	1237	0.65%	40
	5	1241	0.98%	18.95	1232	0.24%	59.34	1235	0.49%	39.1
50.50.3	1	1240	0.08%	21.66	1241	0.16%	52.5	1242	0.24%	35.33
	2	1240	0.08%	21.8	1244	0.40%	60.34	1242	0.24%	28.84
	3	1241	0.16%	22.67	1243	0.32%	57.56	1241	0.16%	38.88
	4	1240	0.08%	21.85	1242	0.24%	56.82	1242	0.24%	37.04
	5	1241	0.16%	23.05	1243	0.32%	54.08	1242	0.24%	39.95
50.50.4	1	1221	0.16%	24.7	1221	0.16%	59.63	1222	0.25%	41.35
	2	1219	0.00%	27.63	1222	0.25%	58.78	1219	0.00%	44.06
	3	1219	0.00%	30.39	1219	0.00%	60.34	1219	0.00%	43.49
	4	1219	0.00%	26.4	1219	0.00%	59.46	1222	0.25%	43.21
	5	1219	0.00%	28.07	1222	0.25%	62.27	1221	0.16%	44.56

Continua na próxima página

Tabela A.27

50.50.5	1	1228	0.24%	35.58	1230	0.41%	66.3	1228	0.24%	49.65
	2	1228	0.24%	34.83	1228	0.24%	69.01	1228	0.24%	48.45
	3	1228	0.24%	35.54	1228	0.24%	65.3	1230	0.41%	47.55
	4	1228	0.24%	34.53	1228	0.24%	66.16	1228	0.24%	48.83
	5	1228	0.24%	33.87	1230	0.41%	65.74	1228	0.24%	47.22
50.100.1	1	2329	0.30%	54.26	2324	0.09%	112.13	2325	0.13%	84.45
	2	2323	0.04%	47.5	2327	0.22%	73.12	2326	0.17%	87.22
	3	2325	0.13%	59.26	2324	0.09%	102.83	2323	0.04%	86.59
	4	2324	0.09%	56.39	2327	0.22%	110.54	2324	0.09%	85.67
	5	2326	0.17%	57.18	2325	0.13%	107.71	2325	0.13%	86.21
50.100.2	1	2329	0.17%	36.01	2334	0.39%	76.84	2332	0.30%	73.78
	2	2329	0.17%	50.67	2332	0.30%	102.42	2330	0.22%	79.26
	3	2329	0.17%	47.77	2331	0.26%	102.11	2330	0.22%	78.26
	4	2331	0.26%	47.55	2332	0.30%	103.83	2328	0.13%	77.59
	5	2329	0.17%	49.19	2329	0.17%	102.42	2330	0.22%	75.91
50.100.3	1	2321	0.09%	48.83	2321	0.09%	103.67	2321	0.09%	81
	2	2321	0.09%	52.05	2320	0.04%	107.73	2320	0.04%	80.37
	3	2320	0.04%	53.83	2321	0.09%	105.15	2319	0.00%	75.2
	4	2320	0.04%	51.7	2322	0.13%	102.47	2321	0.09%	77.34
	5	2321	0.09%	50.36	2322	0.13%	104.09	2321	0.09%	79.93
50.100.4	1	2340	0.04%	40.86	2346	0.30%	99.88	2349	0.43%	78.77
	2	2342	0.13%	52.58	2346	0.30%	110.57	2340	0.04%	84.3
	3	2349	0.43%	51.68	2342	0.13%	103.17	2340	0.04%	87.75
	4	2344	0.21%	54.31	2343	0.17%	106.37	2345	0.26%	81.88
	5	2340	0.04%	53.22	2350	0.47%	107.99	2342	0.13%	80.61
50.100.5	1	2303	0.30%	52.24	2302	0.26%	108.83	2300	0.17%	77.87
	2	2298	0.09%	53.35	2300	0.17%	102.68	2302	0.26%	81.62
	3	2299	0.13%	54.96	2299	0.13%	110.2	2296	0.00%	80.8
	4	2296	0.00%	53.78	2300	0.17%	109.06	2303	0.30%	82.78
	5	2303	0.30%	52.6	2299	0.13%	105.52	2299	0.13%	81.47
50.200.1	1	4447	0.11%	109.17	4448	0.14%	194.52	4450	0.18%	166.18
	2	4448	0.14%	114.91	4443	0.02%	201.74	4451	0.20%	173.04
	3	4453	0.25%	109.58	4453	0.25%	197.89	4451	0.20%	162.56
	4	4445	0.07%	103.9	4448	0.14%	197.72	4450	0.18%	173.54
	5	4449	0.16%	104.93	4449	0.16%	201.43	4448	0.14%	171.95
50.200.2	1	4459	0.11%	94.72	4468	0.31%	187.92	4465	0.25%	150.73
	2	4464	0.22%	96.22	4465	0.25%	187.68	4463	0.20%	151.62
	3	4459	0.11%	93.77	4467	0.29%	176.67	4466	0.27%	157.66
	4	4458	0.09%	95.16	4469	0.34%	181.03	4469	0.34%	153.28
	5	4474	0.45%	91.94	4460	0.13%	187.26	4462	0.18%	151.85
50.200.3	1	4468	0.13%	97.66	4467	0.11%	193.95	4466	0.09%	156.82
	2	4466	0.09%	107.35	4469	0.16%	196.52	4465	0.07%	151.29
	3	4467	0.11%	104.62	4470	0.18%	189.26	4466	0.09%	143.48
	4	4469	0.16%	105.01	4470	0.18%	186.81	4469	0.16%	137.12
	5	4466	0.09%	105.37	4469	0.16%	186.86	4472	0.22%	159.11
50.200.4	1	4466	0.22%	97.42	4468	0.27%	177.65	4465	0.20%	155.83
	2	4470	0.31%	93.1	4460	0.09%	178.05	4468	0.27%	155.2
	3	4466	0.22%	91.38	4465	0.20%	465.86	4470	0.31%	150.44
	4	4462	0.13%	90.46	4465	0.20%	187.92	4466	0.22%	151.26
	5	4464	0.18%	92.69	4464	0.18%	191.24	4464	0.18%	151.1
50.200.5	1	4439	0.00%	106.81	4444	0.11%	190.27	4443	0.09%	159.63
	2	4445	0.14%	106.04	4439	0.00%	193.24	4443	0.09%	158.86
	3	4439	0.00%	105.79	4446	0.16%	190.26	4443	0.09%	157.94
	4	4446	0.16%	102.33	4445	0.14%	189.41	4444	0.11%	161.81
	5	4443	0.09%	104.4	4447	0.18%	192.97	4443	0.09%	161.53
75.50.1	1	1205	1.26%	48.95	1203	1.09%	89.29	1203	1.09%	61.97
	2	1193	0.25%	50.11	1203	1.09%	91.18	1203	1.09%	62.25
	3	1203	1.09%	48.37	1198	0.67%	92.36	1203	1.09%	67.12
	4	1205	1.26%	48.87	1205	1.26%	90.96	1205	1.26%	62.7
	5	1203	1.09%	48.72	1205	1.26%	91.32	1205	1.26%	62.84
75.50.2	1	1235	1.23%	38.55	1231	0.90%	70.7	1224	0.33%	54.71
	2	1233	1.07%	34.81	1234	1.15%	81.12	1229	0.74%	52.4
	3	1226	0.49%	33.45	1234	1.15%	80.84	1233	1.07%	52.22
	4	1233	1.07%	37.48	1226	0.49%	77.26	1224	0.33%	53.16
	5	1235	1.23%	33.61	1230	0.82%	76.65	1233	1.07%	50.9
75.50.3	1	1245	0.16%	26.71	1245	0.16%	70	1245	0.16%	45.65
	2	1245	0.16%	28.15	1245	0.16%	69.5	1251	0.64%	43.94
	3	1245	0.16%	28.08	1247	0.32%	71.84	1253	0.80%	44.14
	4	1246	0.24%	25.73	1253	0.80%	71.36	1253	0.80%	44.06
	5	1252	0.72%	25.79	1244	0.08%	72.26	1249	0.48%	44.49
75.50.4	1	1201	0.00%	44.73	1205	0.33%	76.34	1203	0.17%	63.46
	2	1201	0.00%	43.5	1204	0.25%	81.3	1203	0.17%	57.74
	3	1203	0.17%	47.31	1201	0.00%	83.21	1203	0.17%	59.24
	4	1201	0.00%	46.26	1201	0.00%	80.76	1201	0.00%	60.65
	5	1201	0.00%	42.35	1201	0.00%	90.15	1203	0.17%	62.05
75.50.5	1	1189	0.51%	38.01	1189	0.51%	80.99	1192	0.76%	53.31

Continua na próxima página



Tabela A.27

	2	1187	0.34%	32.57	1189	0.51%	76.95	1189	0.51%	54.5
	3	1187	0.34%	35.32	1187	0.34%	77.36	1187	0.34%	52.8
	4	1187	0.34%	36.13	1189	0.51%	79.21	1189	0.51%	53.82
	5	1187	0.34%	35.64	1187	0.34%	77.96	1190	0.59%	54.97
75.100.1	1	2288	0.39%	74.21	2296	0.75%	145.01	2283	0.18%	111.8
	2	2297	0.79%	76.33	2296	0.75%	148.34	2297	0.79%	102.75
	3	2296	0.75%	74.48	2297	0.79%	146.18	2296	0.75%	108.26
	4	2298	0.83%	77.92	2297	0.79%	150.82	2284	0.22%	109.25
	5	2295	0.70%	74.3	2296	0.75%	149.28	2288	0.39%	111.38
75.100.2	1	2311	0.09%	68.17	2309	0.00%	138.59	2311	0.09%	102.31
	2	2309	0.00%	69.52	2311	0.09%	142.39	2309	0.00%	105.53
	3	2311	0.09%	69.99	2309	0.00%	138.56	2311	0.09%	103.49
	4	2310	0.04%	71.94	2311	0.09%	136.69	2313	0.17%	101.53
	5	2311	0.09%	70.26	2317	0.35%	140.17	2310	0.04%	102.87
75.100.3 2304	1	2315	0.48%	57.8	2315	0.48%	124.88	2313	0.39%	91.18
	2	2314	0.43%	46.91	2313	0.39%	120.72	2313	0.39%	91.15
	3	2313	0.39%	55.99	2313	0.39%	126.52	2315	0.48%	93.76
	4	2314	0.43%	52.94	2314	0.43%	128.7	2313	0.39%	92.7
	5	2314	0.43%	55.51	2314	0.43%	129.27	2314	0.43%	91.45
75.100.4	1	2285	0.18%	75.7	2289	0.35%	143.53	2281	0.00%	116.01
	2	2286	0.22%	80.5	2285	0.18%	152.74	2281	0.00%	113.72
	3	2281	0.00%	78.04	2281	0.00%	145.47	2285	0.18%	114.79
	4	2281	0.00%	83.12	2285	0.18%	151.6	2281	0.00%	113.04
	5	2281	0.00%	80.42	2281	0.00%	155.11	2288	0.31%	11.67
75.100.5	1	2271	0.31%	71.24	2265	0.04%	153.9	2266	0.09%	112.27
	2	2265	0.04%	78.78	2265	0.04%	153.71	2265	0.04%	119.45
	3	2265	0.04%	83.54	2266	0.09%	141.69	2265	0.04%	113.77
	4	2264	0.00%	78.34	2265	0.04%	152.28	2265	0.04%	100.79
	5	2264	0.00%	82.56	2264	0.00%	154.89	2265	0.04%	104.63
75.200.1	1	4447	0.20%	156.35	4444	0.14%	276.35	4446	0.18%	222.05
	2	4441	0.07%	161.56	4446	0.18%	259.72	4445	0.16%	214.44
	3	4443	0.11%	163.5	4444	0.14%	265.31	4444	0.14%	209.51
	4	4442	0.09%	164.75	4447	0.20%	263.77	4444	0.14%	223.38
	5	4445	0.16%	150.75	4444	0.14%	268.93	4443	0.11%	220.46
75.200.2	1	4479	0.25%	116.72	4482	0.31%	221.28	4482	0.31%	174.78
	2	4478	0.22%	124.51	4484	0.36%	232.91	4477	0.20%	179.58
	3	4479	0.25%	120.61	4480	0.27%	231.38	4483	0.34%	188.74
	4	4475	0.16%	118.82	4486	0.40%	216.08	4481	0.29%	183.32
	5	4482	0.31%	119.94	4476	0.18%	235.69	4478	0.22%	181.1
75.200.3	1	4471	0.20%	102.47	4471	0.20%	200.87	4481	0.43%	144.6
	2	4473	0.25%	95.66	4476	0.31%	215.01	4472	0.22%	166.75
	3	4474	0.27%	96.71	4477	0.34%	217.27	4476	0.31%	168.29
	4	4476	0.31%	97.3	4471	0.20%	217.84	4478	0.36%	168.95
	5	4472	0.22%	91.51	4476	0.31%	213.01	4477	0.34%	168.49
75.200.4	1	4480	0.36%	147.54	4476	0.27%	243.19	4471	0.16%	197.43
	2	4479	0.34%	139.88	4474	0.22%	251.66	4477	0.29%	203.67
	3	4481	0.38%	139.07	4475	0.25%	256.04	4476	0.27%	205.75
	4	4477	0.29%	141.26	4476	0.27%	256.61	4476	0.27%	201.59
	5	4474	0.22%	143.32	4478	0.31%	253.22	4482	0.40%	205.11
75.200.5	1	4435	0.23%	152.95	4429	0.09%	264.86	4438	0.29%	222.13
	2	4436	0.25%	155.01	4430	0.11%	277.03	4432	0.16%	236.74
	3	4432	0.16%	159.89	4434	0.20%	281.48	4434	0.20%	230.07
	4	4438	0.29%	142.68	4431	0.14%	283.26	4431	0.14%	231.32
	5	4431	0.14%	154.82	4438	0.29%	283.68	4437	0.27%	213.43
100.50.1	1	1179	0.86%	54.24	1182	1.11%	92.22	1182	1.11%	66.66
	2	1181	1.03%	52.74	1182	1.11%	94.12	1180	0.94%	72.62
	3	1181	1.03%	52.61	1182	1.11%	96.62	1184	1.28%	73.2
	4	1182	1.11%	54.64	1182	1.11%	99.89	1182	1.11%	17.17
	5	1173	0.34%	53	1181	1.03%	95.86	1184	1.28%	65.68
100.50.2	1	1156	0.09%	71.48	1156	0.09%	108.01	1156	0.09%	84.11
	2	1156	0.09%	72.02	1156	0.09%	114.15	1156	0.09%	86.53
	3	1156	0.09%	73.34	1156	0.09%	110.91	1156	0.09%	85.97
	4	1161	0.52%	72.13	1159	0.35%	116.87	1161	0.52%	86.61
	5	1156	0.09%	69.63	1161	0.52%	113.22	1161	0.52%	86.42
100.50.3	1	1146	0.00%	49.2	1146	0.00%	101.24	1148	0.17%	75.36
	2	1147	0.09%	60.83	1147	0.09%	106.33	1146	0.00%	78.99
	3	1146	0.00%	63.71	1147	0.09%	109.72	1148	0.17%	79.65
	4	1146	0.00%	63.23	1148	0.17%	109.26	1147	0.09%	79.86
	5	1147	0.09%	63.88	1146	0.00%	105.13	1147	0.09%	75.35
100.50.4	1	1161	0.61%	45.45	1159	0.43%	89.8	1159	0.43%	69.67
	2	1159	0.43%	59.71	1159	0.43%	107.25	1159	0.43%	82.19
	3	1159	0.43%	59.75	1159	0.43%	103.72	1154	0.00%	78.89
	4	1159	0.43%	61.47	1159	0.43%	99.91	1159	0.43%	71.25
	5	1159	0.43%	62.29	1159	0.43%	107.17	1159	0.43%	78.79
100.50.5	1	1143	0.09%	90.99	1143	0.09%	131.35	1143	0.09%	84.39
	2	1143	0.09%	77.82	1143	0.09%	124.63	1143	0.09%	133.56

Continua na próxima página

Tabela A.27

	3	1143	0.09%	90.86	1143	0.09%	122.38	1143	0.09%	105.64
	4	1143	0.09%	91.69	1143	0.09%	132.94	1142	0.00%	98.45
	5	1143	0.09%	88.58	1143	0.09%	133.56	1143	0.09%	103.64
100.100.1	1	2322	1.13%	70.05	2323	1.18%	134.29	2320	1.05%	100.16
	2	2316	0.87%	83.36	2321	1.09%	170.41	2320	1.05%	118.38
	3	2317	0.91%	80.76	2321	1.09%	168.4	2313	0.74%	119.21
	4	2321	1.09%	77.55	2326	1.31%	165.44	2320	1.05%	121.13
	5	2322	1.13%	81.63	2323	1.18%	169.98	2321	1.09%	118.32
100.100.2	1	2309	0.74%	86.22	2297	0.22%	168.18	2307	0.65%	121.85
	2	2310	0.79%	70.21	2307	0.65%	167.19	2307	0.65%	121.01
	3	2306	0.61%	75.16	2307	0.65%	167.36	2309	0.74%	119.58
	4	2301	0.39%	78.68	2307	0.65%	168.88	2305	0.57%	122.38
	5	2297	0.22%	80.67	2310	0.79%	172.91	2300	0.35%	122.07
100.100.3	1	2296	0.00%	60.1	2298	0.09%	164.7	2296	0.00%	104.8
	2	2296	0.00%	75.42	2296	0.00%	163.04	2300	0.17%	109.94
	3	2296	0.00%	70.7	2299	0.13%	157.79	2296	0.00%	110.48
	4	2296	0.00%	73.73	2296	0.00%	160.86	2300	0.17%	111.72
	5	2296	0.00%	73.01	2296	0.00%	163.08	2298	0.09%	111.25
100.100.4	1	2288	0.04%	76.2	2291	0.17%	160.91	2293	0.26%	116.44
	2	2291	0.17%	88.65	2288	0.04%	183.18	2294	0.31%	124.56
	3	2288	0.04%	84.42	2290	0.13%	180.89	2288	0.04%	128.39
	4	2291	0.17%	83.92	2294	0.31%	180.02	2292	0.22%	122.48
	5	2291	0.17%	78.2	2288	0.04%	175.31	2294	0.31%	199.57
100.100.5	1	2295	0.09%	74.26	2297	0.17%	169.15	2295	0.09%	109.83
	2	2301	0.35%	73.87	2300	0.31%	165.36	2300	0.31%	112.95
	3	2301	0.35%	75.1	2302	0.39%	161.69	2300	0.31%	115
	4	2301	0.35%	74.14	2299	0.26%	161.51	2299	0.26%	110.26
	5	2297	0.17%	78.5	2299	0.26%	164.32	2297	0.17%	110.28
100.200.1	1	4440	0.09%	123.06	4447	0.25%	238.08	4442	0.14%	187.08
	2	4442	0.14%	143.85	4445	0.20%	298.6	4445	0.20%	229.81
	3	4441	0.11%	140.29	4439	0.07%	301.16	4448	0.27%	221.72
	4	4445	0.20%	139.97	4445	0.20%	299.81	4441	0.11%	231.55
	5	4443	0.16%	143.43	4442	0.14%	302.13	4445	0.20%	208.79
100.200.2	1	4480	0.52%	89.51	4479	0.49%	237.8	4475	0.40%	199.98
	2	4477	0.45%	120.94	4478	0.47%	283.08	4478	0.47%	216.09
	3	4483	0.58%	125.79	4478	0.47%	290.43	4480	0.52%	218.4
	4	4478	0.47%	125.65	4478	0.47%	286.27	4475	0.40%	220.95
	5	4479	0.49%	119.89	4477	0.45%	281.06	4470	0.29%	218.96
100.200.3	1	4446	0.36%	151.34	4446	0.36%	271.2	4448	0.41%	198.65
	2	4445	0.34%	149.3	4447	0.38%	283.99	4441	0.25%	231.5
	3	4444	0.32%	158.8	4447	0.38%	273.81	4444	0.32%	229.34
	4	4444	0.32%	146.89	4447	0.38%	257.28	4441	0.25%	220.1
	5	4444	0.32%	149.01	4445	0.34%	252.84	4448	0.41%	227.95
100.200.4	1	4410	0.02%	206.89	4417	0.18%	320.54	4410	0.02%	259.62
	2	4417	0.18%	219.18	4412	0.07%	329.29	4413	0.09%	263.43
	3	4413	0.09%	219.42	4410	0.02%	340.25	4418	0.20%	232.91
	4	4410	0.02%	215.23	4413	0.09%	341.98	4415	0.14%	240.62
	5	4417	0.18%	209.8	4410	0.02%	328.93	4419	0.23%	275.67
100.200.5	1	4436	0.36%	138.23	4435	0.34%	299.6	4438	0.41%	215.23
	2	4433	0.29%	87.27	4438	0.41%	114.02	4433	0.29%	104.68
	3	4432	0.27%	83.49	4432	0.27%	85.13	4430	0.23%	116.71
	4	4435	0.34%	51.96	4433	0.29%	170.37	4431	0.25%	90.69
	5	4436	0.36%	82.84	4433	0.29%	152.99	4435	0.34%	69.64
200.50.1	1	1181	1.90%	85.48	1181	1.90%	174.46	1181	1.90%	117.73
	2	1181	1.90%	88.67	1181	1.90%	172.15	1181	1.90%	117.58
	3	1181	1.90%	93.55	1181	1.90%	167.16	1181	1.90%	115.33
	4	1182	1.98%	85.04	1181	1.90%	159.99	1181	1.90%	117.09
	5	1181	1.90%	91.76	1181	1.90%	183.01	1181	1.90%	104.35
200.50.2	1	1183	0.85%	81.98	1183	0.85%	163.21	1180	0.60%	109.21
	2	1185	1.02%	81.05	1182	0.77%	139.63	1183	0.85%	99.24
	3	1183	0.85%	76.14	1183	0.85%	139.61	1185	1.02%	97.24
	4	1183	0.85%	74.43	1183	0.85%	142.77	1184	0.94%	101.43
	5	1185	1.02%	78.86	1183	0.85%	151.77	1183	0.85%	103.71
200.50.3	1	1220	1.92%	61.55	1220	1.92%	160.75	1227	2.51%	94.9
	2	1220	1.92%	64.31	1218	1.75%	132.08	1222	2.09%	79.68
	3	1218	1.75%	59.02	1220	1.92%	135.8	1220	1.92%	75.79
	4	1218	1.75%	63.16	1218	1.75%	130.65	1218	1.75%	81.72
	5	1221	2.01%	54.41	1218	1.75%	131.85	1221	2.01%	80.73
200.50.4	1	1222	1.50%	64.65	1222	1.50%	151.38	1222	1.50%	97.45
	2	1222	1.50%	63.73	1222	1.50%	141.66	1222	1.50%	85.74
	3	1222	1.50%	61.03	1222	1.50%	139.85	1222	1.50%	81.61
	4	1222	1.50%	60.24	1222	1.50%	139.46	1222	1.50%	72.96
	5	1222	1.50%	64.41	1222	1.50%	122.57	1222	1.50%	76.9
200.50.5	1	1187	0.42%	56.74	1187	0.42%	146.42	1187	0.42%	80.02
	2	1187	0.42%	51.89	1187	0.42%	114.48	1187	0.42%	75.58
	3	1187	0.42%	48.6	1189	0.59%	125.81	1187	0.42%	71.16

Continua na próxima página

Tabela A.27

	4	1187	0.42%	52.27	1187	0.42%	130.34	1187	0.42%	74.18
	5	1187	0.42%	51.91	1187	0.42%	120.67	1187	0.42%	71.32
200.100.1	1	2317	0.78%	142.28	2312	0.57%	299.68	2315	0.70%	201.56
	2	2319	0.87%	131.43	2319	0.87%	257.07	2315	0.70%	181.93
	3	2311	0.52%	124.55	2316	0.74%	222.48	2318	0.83%	170.81
	4	2318	0.83%	128.89	2315	0.70%	251.71	2316	0.74%	168.03
	5	2317	0.78%	120.7	2316	0.74%	255.22	2316	0.74%	177.32
200.100.2	1	2291	0.97%	103.48	2288	0.84%	274.81	2289	0.88%	186.72
	2	2289	0.88%	117.36	2286	0.75%	263.89	2289	0.88%	204.37
	3	2289	0.88%	120.04	2290	0.93%	285.56	2284	0.66%	181.2
	4	2286	0.75%	115.07	2289	0.88%	269.88	2289	0.88%	193.45
	5	2289	0.88%	113.47	2291	0.97%	285.95	2289	0.88%	190.01
200.100.3	1	2278	0.57%	107	2280	0.66%	281.04	2278	0.57%	178.86
	2	2278	0.57%	142.56	2278	0.57%	277.33	2284	0.84%	172.41
	3	2278	0.57%	131.04	2278	0.57%	281.85	2283	0.79%	167.99
	4	2280	0.66%	142.63	2281	0.71%	266.21	2278	0.57%	169.49
	5	2282	0.75%	142.24	2281	0.71%	250.81	2280	0.66%	180.73
200.100.4	1	2256	0.67%	114.05	2255	0.62%	255.55	2256	0.67%	208.74
	2	2255	0.62%	146.83	2250	0.40%	285.29	2256	0.67%	195.9
	3	2255	0.62%	142.83	2259	0.80%	289.41	2256	0.67%	194.33
	4	2256	0.67%	156.63	2253	0.54%	270.65	2258	0.76%	190.12
	5	2255	0.62%	148.93	2258	0.76%	282.66	2257	0.71%	189.59
200.100.5	1	2215	0.41%	142.53	2215	0.41%	285.85	2216	0.45%	193.26
	2	2215	0.41%	148.15	2215	0.41%	269.17	2215	0.41%	184
	3	2215	0.41%	140.56	2215	0.41%	261.29	2215	0.41%	185.58
	4	2215	0.41%	142.03	2215	0.41%	276.7	2216	0.45%	189.24
	5	2215	0.41%	135.32	2216	0.45%	283.52	2215	0.41%	192.68
200.200.1	1	4441	0.93%	237.3	4439	0.89%	493.86	4437	0.84%	345.21
	2	4436	0.82%	215.51	4437	0.84%	457.63	4436	0.82%	335.3
	3	4439	0.89%	200.93	4440	0.91%	455.59	4438	0.86%	320.87
	4	4437	0.84%	193.62	4435	0.80%	472.69	4443	0.98%	318.15
	5	4436	0.82%	228.44	4440	0.91%	463.57	4437	0.84%	322.43
200.200.2	1	4404	0.78%	258.7	4405	0.80%	559.2	4402	0.73%	413.15
	2	4406	0.82%	271.92	4406	0.82%	511.68	4408	0.87%	366.51
	3	4402	0.73%	282.11	4405	0.80%	507.97	4409	0.89%	329.75
	4	4405	0.80%	264	4407	0.85%	520.05	4406	0.82%	293.88
	5	4402	0.73%	273.48	4409	0.89%	504.07	4410	0.92%	302.4
200.200.3	1	4431	0.68%	257.87	4429	0.64%	518.37	4425	0.55%	358.51
	2	4426	0.57%	223.2	4434	0.75%	438.43	4428	0.61%	251.38
	3	4427	0.59%	223.31	4429	0.64%	393.79	4429	0.64%	253.54
	4	4428	0.61%	222.38	4430	0.66%	375.07	4429	0.64%	255.51
	5	4432	0.70%	230.44	4427	0.59%	380.77	4432	0.70%	249
200.200.4	1	4464	0.54%	142.64	4468	0.63%	441.53	4466	0.59%	315.39
	2	4466	0.59%	148.72	4467	0.61%	387.36	4463	0.52%	290.49
	3	4467	0.61%	140.58	4467	0.61%	444.29	4465	0.56%	303.97
	4	4466	0.59%	151.16	4460	0.45%	445.81	4461	0.47%	299.51
	5	4463	0.52%	152.65	4464	0.54%	435.75	4463	0.52%	276.09
200.200.5	1	4398	0.57%	271.83	4398	0.57%	540.46	4399	0.59%	374.18
	2	4399	0.59%	260.52	4399	0.59%	493.57	4397	0.55%	385.7
	3	4395	0.50%	265.24	4397	0.55%	500.15	4397	0.55%	399.69
	4	4397	0.55%	264.92	4398	0.57%	517.44	4394	0.48%	393.61
	5	4399	0.59%	262.2	4396	0.53%	516.59	4400	0.62%	414.63
300.50.1	1	1190	2.76%	106.21	1185	2.33%	234.15	1190	2.76%	136.69
	2	1194	3.11%	98.51	1193	3.02%	211.15	1194	3.11%	124.22
	3	1190	2.76%	94.16	1191	2.85%	212.78	1194	3.11%	131.59
	4	1186	2.42%	97.55	1190	2.76%	212.47	1190	2.76%	124.34
	5	1190	2.76%	96.33	1190	2.76%	208.4	1193	3.02%	124.87
300.50.2	1	1189	0.76%	86.76	1188	0.68%	209.96	1188	0.68%	121.1
	2	1188	0.68%	66.51	1188	0.68%	189.53	1188	0.68%	108.78
	3	1188	0.68%	72.44	1188	0.68%	199.35	1183	0.25%	102.23
	4	1188	0.68%	73.53	1188	0.68%	193.06	1187	0.59%	100.09
	5	1183	0.25%	61.61	1188	0.68%	191.15	1188	0.68%	100
300.50.3	1	1218	2.27%	83.79	1218	2.27%	218.8	1218	2.27%	124.83
	2	1215	2.02%	74.75	1218	2.27%	189.84	1218	2.27%	109.46
	3	1218	2.27%	72.77	1218	2.27%	187.81	1215	2.02%	109.98
	4	1215	2.02%	74.3	1215	2.02%	194.19	1218	2.27%	116.18
	5	1219	2.35%	72.51	1218	2.27%	198.09	1215	2.02%	106.25
300.50.4	1	1214	2.02%	90.62	1215	2.10%	231.55	1214	2.02%	124.67
	2	1214	2.02%	84.88	1214	2.02%	215.76	1207	1.43%	123.16
	3	1216	2.18%	86.01	1214	2.02%	204.86	1214	2.02%	112.26
	4	1214	2.02%	84.19	1219	2.44%	210.1	1214	2.02%	112.89
	5	1214	2.02%	84.34	1214	2.02%	198.38	1214	2.02%	110.42
300.50.5	1	1193	1.88%	77.54	1193	1.88%	182.07	1193	1.88%	107.23
	2	1193	1.88%	93.01	1193	1.88%	211.02	1193	1.88%	130.06
	3	1193	1.88%	97.7	1193	1.88%	209.37	1193	1.88%	124.01
	4	1193	1.88%	89.19	1199	2.39%	200.81	1190	1.62%	119.75

Continua na próxima página

Tabela A.27

	5	1190	1.62%	88.79	1193	1.88%	214.72	1200	2.48%	124.81
300.100.1	1	2199	0.73%	245.28	2199	0.73%	380.41	2200	0.78%	290.89
	2	2199	0.73%	293.65	2199	0.73%	462.22	2199	0.73%	305.73
	3	2199	0.73%	293.04	2199	0.73%	445.9	2199	0.73%	319.68
	4	2200	0.78%	278.72	2199	0.73%	436.18	2199	0.73%	314.56
	5	2199	0.73%	273.51	2198	0.69%	453.88	2199	0.73%	318.48
300.100.2	1	2219	0.82%	221.31	2219	0.82%	401.26	2219	0.82%	276
	2	2214	0.59%	209.18	2219	0.82%	392.22	2219	0.82%	266.83
	3	2219	0.82%	211.63	2219	0.82%	379.49	2219	0.82%	266.63
	4	2219	0.82%	201.62	2219	0.82%	363.67	2219	0.82%	248.59
	5	2219	0.82%	214.5	2219	0.82%	330.5	2219	0.82%	254.73
300.100.3	1	2240	0.49%	215.42	2240	0.49%	414.99	2240	0.49%	276.9
	2	2242	0.58%	209.17	2245	0.72%	444.2	2241	0.54%	304.06
	3	2239	0.45%	224.42	2239	0.45%	458.57	2242	0.58%	309.62
	4	2240	0.49%	221.55	2239	0.45%	459.65	2242	0.58%	314.4
	5	2244	0.67%	233.8	2240	0.49%	459.75	2239	0.45%	289.2
300.100.4	1	2298	1.28%	168.55	2296	1.19%	380.99	2294	1.10%	232.47
	2	2299	1.32%	186.71	2295	1.15%	406.44	2294	1.10%	215.96
	3	2293	1.06%	177.58	2294	1.10%	399.52	2296	1.19%	230.14
	4	2291	0.97%	195.88	2297	1.23%	425.5	2294	1.10%	235.08
	5	2295	1.15%	166.9	2299	1.32%	407.43	2295	1.15%	240.13
300.100.5	1	2301	0.97%	136.88	2300	0.92%	362.38	2303	1.05%	229.48
	2	2301	0.97%	164.32	2301	0.97%	371.48	2300	0.92%	194.62
	3	2298	0.83%	163.6	2304	1.10%	347.38	2302	1.01%	201.29
	4	2302	1.01%	156.51	2301	0.97%	369	2303	1.05%	191.72
	5	2302	1.01%	150.25	2300	0.92%	335.98	2301	0.97%	
300.200.1	1	4421	1.38%	322.81	4414	1.22%	641.46	4421	1.38%	394.49
	2	4423	1.42%	319.55	4421	1.38%	684.06	4427	1.51%	435.74
	3	4420	1.35%	317.5	4422	1.40%	698.42	4421	1.38%	433.43
	4	4423	1.42%	314.58	4424	1.44%	689.13	4411	1.15%	412.64
	5	4418	1.31%	321.32	4426	1.49%	702.7	4421	1.38%	391.8
300.200.2	1	4373	0.44%	129.71	4375	0.48%	534.03	4380	0.60%	328.36
	2	4378	0.55%	178.51	4376	0.51%	589.23	4376	0.51%	391.45
	3	4377	0.53%	159.22	4378	0.55%	664.35	4381	0.62%	399.89
	4	4380	0.60%	176.51	4378	0.55%	666.64	4378	0.55%	416.26
	5	4374	0.46%	115.62	4376	0.51%	638.15	4380	0.60%	373.46
300.200.3	1	4332	0.42%	296.61	4338	0.56%	612.45	4338	0.56%	409.3
	2	4334	0.46%	327.64	4337	0.53%	607.52	4337	0.53%	505.8
	3	4338	0.56%	222.29	4336	0.51%	598.49	4340	0.60%	499.98
	4	4333	0.44%	274.42	4338	0.56%	619.89	4336	0.51%	501.48
	5	4336	0.51%	158.37	4334	0.46%	735.75	4334	0.46%	496.66
300.200.4	1	4399	0.69%	329.24	4393	0.55%	657.37	4400	0.71%	447.18
	2	4399	0.69%	318.7	4399	0.69%	653.25	4393	0.55%	443.44
	3	4396	0.62%	287.53	4398	0.66%	616.12	4398	0.66%	436.32
	4	4398	0.66%	264.46	4397	0.64%	624.33	4395	0.60%	423.79
	5	4397	0.64%	268.17	4397	0.64%	638.85	4392	0.53%	399.28
300.200.5	1	4448	0.95%	213.84	4451	1.02%	664.69	4452	1.04%	435.93
	2	4442	0.82%	283.57	4445	0.89%	657.94	4448	0.95%	389.61
	3	4442	0.82%	271.63	4444	0.86%	617.67	4445	0.89%	401.28
	4	4440	0.77%	271.57	4442	0.82%	614.81	4449	0.98%	412.8
	5	4444	0.86%	266.27	4448	0.95%	612.76	4450	1.00%	421.59